

ارزیابی و پیش‌بینی نوسانات قیمت در بازار برق ایران به کمک مدل ARMAX-GARCH

داود منظور و مهدی یادی پور *

تاریخ وصول: ۱۳۹۴/۸/۱۰ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۵/۳۰

چکیده:

پیش‌بینی نوسانات قیمت علاقه بسیاری از اندیشمندان در بازارهای مختلف نظیر بازار سهام و بازار کالا را به خود معطوف ساخته است. در سال‌های اخیر، برق نیز همانند یک کالا در بازارهای متعددی مورد معامله قرار گرفته است. از این رو، کشورهای زیادی در سرتاسر دنیا به دنبال اصلاح ساختار فرآیندها با سرعت و اهداف متفاوت در بخش انرژی هستند. افزایش رقابت در سطح عمده فروشی، معرفی قراردادهای مشتقات، معاملات معاوضه‌ای و عرضه برق در بازار بورس و فرابورس الزامات و نیازمندی‌های جدیدی را در این عرصه به وجود آورده است. در بین کشورهای مختلف ایران استثنای بر این قاعده نبوده و انجام معاملات در حوزه برق در کنار سایر کالاها یکی از فرایندهای در حال گسترش است. تحولات کنونی در بازار برق، ضرورت انجام مطالعه بر روی نوسانات قیمت و حجم معاملات، به منظور انجام اصلاحات ساختاری و هدایت این فرایندها در مسیری هدفمند را می‌رساند. مطالعه حاضر در نظر دارد با اجرای مدل خودرگرسیون میانگین متحرک (ARMAX) با مدل خودرگرسیون میانگین شرطی تعمیم یافته (GARCH)، برترین مدل برای برازش بازده و نوسانات قیمت‌های روزانه بازار برق در بازه زمانی ۱۳۹۳-۱۳۹۱ را معرفی نماید. بنابراین، مدل ARMAX در ترکیب با مدل GARCH، EGARCH و توزیع‌های *Generalized Error Student-t Gaussian* مقایسه خواهد شد.

طبقه‌بندی JEL: Q47, G17, C32

واژه‌های کلیدی: مدل خودرگرسیون میانگین متحرک، مدل خودرگرسیون میانگین شرطی تعمیم یافته، توزیع واریانس، برازش مدل، قیمت برق

* به ترتیب، دانشیار و کارشناس ارشد (نویسنده مسئول) اقتصاد و فاینانس دانشگاه امام صادق (ع)، تهران، ایران.
(manzoor@isu.ac.ir)

۱- مقدمه

برق عمدتاً به عنوان کالایی با مشخصه اصلی محدودیت ذخیره‌سازی و انتقال شناخته شده است. به عبارت دیگر، در بازار برق امکان انجام آربیتراژ در قالب زمان و مکان اگر نتوان گفت کاملاً اما با محدودیت بسیار بالایی برخوردار است. در صورت وجود آربیتراژ انتظار می‌رود که قیمت به شدت به شرایط عرضه و تقاضای محلی وابسته شود. همچنین این مسأله بر رابطه میان قیمت نقدی و مشتقه برق تأثیر خواهد گذاشت. برقراری توازن میان عرضه و تقاضای برق به دلیل ماهیت عدم قابلیت ذخیره‌سازی آن مسأله چالش‌برانگیزی است که این کالا را متمایز می‌سازد. به عبارت دیگر، تقاضای برق در تاریخ و زمان‌های مختلف باعث نوسان قیمت می‌شود. همچنین، محدودیت در انتقال به صورت زیان و اتلاف در انتقال و محدودیت ظرفیت در خطوط انتقال کالای برق را کالایی غیرسودآور ساخته است. محدودیت‌های مذکور، قراردادهای برق و قیمت متناسب با آن را در حد بالایی محلی می‌کند، بدین معنا که با توجه به شرایط آب و هوایی، ظرفیت نیروگاه‌های محلی و غیره قیمت‌ها متفاوت خواهد بود (نعیم^۱، ۲۰۱۰).

یویایی قیمت‌های بازار برق دارای ویژگی‌های فصلی، بازگشت به میانگین، نوسانات بالا و پرش‌های قیمتی است. این ویژگی‌ها، بازار برق را از سایر بازارهای کالایی متمایز می‌کند که در بررسی و پیش‌بینی قیمت لازم است با رویکرد متفاوتی برخورد نمود. از این رو، تبعیت قیمت‌های این بازار از فرایند گام تصادفی موجب می‌شود نتوان قیمت‌های قطعی و مشخصی را پیش‌بینی نمود. مدل‌های بازگشت به میانگین قیمت مناسب‌ترین رویکرد در تخمین قیمت‌های برق است. در واقع، ویژگی بازگشت به میانگین نشان می‌دهد که قیمت‌ها تمایل به نوسان حول میانگین تعادلی دارند (آیپی^۲، ۲۰۱۳).

تحلیل‌های سری زمانی و کاربردهای آن در بسیاری از زمینه‌های تحقیقاتی نظیر اقتصاد، مهندسی، علوم و غیره جایگاه و اهمیت ویژه‌ای یافته است. مسأله قابل مطالعه در این گونه تحلیل‌ها مطالعه رابطه بین متغیرها و پیش‌بینی یا تخمین مقدار یک متغیر از روی مقادیر سایر متغیرهای شناخته شده و مربوط است. این مدل

¹ Naeem

² Aiube

توسط باکس و جنکینز^۳ (۱۹۷۰) مطرح شده است. این مدل‌ها در تحلیل فرآیندهای تصادفی نقش به‌سزایی ایفا می‌کنند. چارچوب مدل‌سازی خودرگرسیون در اقتصاد کلان در مواردی نظیر عرضه پول، نرخ بهره، قیمت، تورم، نرخ ارز، و تولید ناخالص داخلی و چارچوب خورگرسیون واریانس ناهمسانی در اقتصاد مالی نظیر قیمت‌گذاری دارایی‌ها، انتخاب پرتفوی، قیمت‌گذاری اختیار معامله، پوشش ریسک و مدیریت ریسک کاربرد دارد. مطالعات زیادی در حوزه مالی درباره مدل‌سازی بازده سهام وجود دارد. معمولاً در بازار مالی، حرکت افزایشی قیمت سهام با نوسانات کمتر و حرکات کاهش‌ی با نوسانات بیشتر دنبال می‌شود. انگل^۴ مدل‌های واریانس ناهمسانی و بلسلو^۵ این مدل‌ها را به‌گونه‌ای توسعه داد که شامل ساختار ARMA می‌شود. از آن زمان، مطالعات زیادی با تکیه بر چارچوب مدل‌های ARCH و GARCH به توضیح نوسانات بازار سهام پرداخته‌اند (نعیم، ۲۰۱۰).

۲- مروری بر پیشینه تحقیق

شایقی و همکاران (۱۳۹۴)، در مطالعه خود تحت عنوان "پیش‌بینی قیمت روزانه برق با شبکه عصبی بهبود یافته مبتنی بر تبدیل موجک و روش آشوبناک جستجوی گرانشی" به طراحی مدلی متناسب با ساختار جدید بازار برق نمودند. در مطالعه مذکور با طراحی و اجرای یک مدل از الگوریتم جستجوی گرانشی آشوبناک و شبکه عصبی بهبود یافته با تابع تبدیل موجک به تبیین و پیش‌بینی رفتار کوتاه‌مدت قیمت‌های متوسط روزانه نقدی در بازار برق ایران و بازارهای جهانی پرداخته شده است. نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی‌ها نشان از قابلیت بالای این الگوریتم در پیش‌بینی بهتر در مقایسه با سایر روش‌های موجود است. همچنین نتایج به دست آمده، نشان از موفقیت الگوریتم انتخاباتی در مرتب‌سازی داده‌های تقسیم شده از تبدیل موجک است.

منظور و صفاکیش (۱۳۸۸) در تحقیقی با عنوان "پیش‌بینی قیمت برق در بازار برق رقابتی ایران با رویکرد مدل‌های سری زمانی" با استفاده از مدل گارچ به پیش‌بینی نوسانات برق پرداختند. در این تحقیق که از داده‌های سری زمانی

³ Box and Jenkins

⁴ Engle

⁵ Bollerslev

قیمت‌های روزانه بازار برق در سال ۱۳۸۸ استفاده شده است ایشان بیان می‌کنند که پیش‌بینی‌های مدل گارچ برای دوره‌های کوتاه‌مدت و میان‌مدت می‌تواند مبنایی برای سیاست‌گذاری‌ها باشد. همچنین ابراهیمی و جدید (۱۳۸۷) در تحقیق خود با عنوان "پیش‌بینی قیمت برق روز بعد با استفاده از مدل ARIMA و WAVELET-ARIMA" به مقایسه پیش‌بینی‌های انجام شده توسط مدل‌های آریما و ترکیب آنها با موجک پرداخته‌اند و بیان می‌کنند که در حالت ترکیب مدل‌های فوق نتایج بهتر و قابل قبول‌تری با خطای کمتر به دست آمده است. به طور مشابه مطالعات انجام شده به روش‌های مختلف سعی در ارائه مدلی برتر با کمترین خطا بوده‌اند. در بخش مطالعات خارجی نیز مطالعات بی‌شماری انجام شده است که سعی بر پیش‌بینی قیمت‌های آتی بازار برق هستند. برخی از این مطالعات عبارتند از؛ آیبی و همکاران (۲۰۱۳) با بررسی قیمت‌های روزانه بازار برق اتریش و اسپانیا به بررسی دقت پیش‌بینی مدل SARMA-GARCH پرداختند. با تخمین هفتگی قیمت‌های بازار برق در این دو بازار نتایج حاکی از قابلیت بسیار خوب این مدل با مدل‌های رقیب و کمترین خطا است. هیکی و همکاران^۶ (۲۰۱۲) به بررسی عملکرد چهار مدل ARMAX-GARCH شامل GARCH، EGARCH، APARCH و CGARCH در تخمین نوسانات بازار برخی ایالات آمریکا نمودند. در این مطالعه داده‌های بازار برق در هر ساعت طی سال‌های ۲۰۰۶-۷ مورد تحلیل قرار گرفتند. نتایج این تحقیق نشان داد مدل‌های مورد استفاده قابلیت یکسانی در تخمین نوسانات دارند. مدل APARCH در بیشتر موارد عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های رقیب نشان داد اما در بلندمدت سایر مدل‌ها برتر بودند. با این وصف، به طور کلی در نوسانات پویا مدل GARCH ساده نسبت به مدل‌های رقیب عملکرد بهتری نشان داد. نتایج پایانی این تحقیق نشان داد که عملکرد و برتری مدل بسته به مکان، بازه زمانی، ماهیت بازار که آیا تحت مقررات یا بدون مقررات است می‌تواند نتایج متفاوتی داشته باشد. فرامل و همکاران^۷ (۲۰۱۳) با استفاده از مدل REALIZED-GARCH به پیش‌بینی قیمت‌های بازار برق EPEX پرداختند. نتایج این مطالعه بیان می‌کند که این مدل علاوه بر آن که کمترین خطای درون نمونه‌ای را به همراه دارد می‌تواند در بخش داده‌های برون نمونه‌ای نیز تخمین بسیار خوبی ارائه دهد و دارای کمترین خطا باشد.

^۶ Hickey *et al.*

^۷ Frommel *et al.*

در این تخمین مدل‌های مورد بررسی با توزیع‌های مختلفی مورد بررسی قرار گرفته است. سیفتر^۸ (۲۰۱۳) در مطالعه خود به بررسی نوسانات بازار برق Nordic پرداخت. وی به کمک مدل‌های تغییر رژیم MRS-GARCH این موضوع را دنبال نمود. وی با تقسیم نوسانات به دو بخش نوسانات بالا و نوسانات پایین به این نتیجه رسید که نوسانات موجود در بازار برق نه تنها به ماهیت نوسانات بلکه به نوع رژیم آن نیز بستگی دارد. بنابراین، مدل‌های MRS-GARCH تخمین بهتری نسبت به مدل‌های GARCH را به دنبال دارند و مصرف‌کنندگان و تولیدکنندگان به کمک این مدل‌ها می‌توانند به تخمین‌های دقیق‌تری دست یابند. مطالعات مشابه بسیاری در بازار برق کشورهای مختلف انجام شده است که بسته به ماهیت بازار کشورها و داده‌های مورد بررسی مدل‌های مختلف و روش‌های مختلف اندازه‌گیری برتری داشته‌اند. از این رو، نمی‌توان به طور قاطع بیان کرد که یک مدل مشخص در بازار کشورهای مختلف برتری خواهد داشت. از این رو، تحقیق حاضر متناسب با مطالعات انجام شده در سایر کشورها در نظر دارد قابلیت مدل‌های ARMAX-GARCH را در تخمین و پیش‌بینی نوسانات بازار برق ایران بررسی نماید.

۳- مبانی نظری

قیمت‌های بازار برق در مقایسه با قیمت‌های سایر بازارها از ویژگی‌های منحصربفردی برخوردار است که موجب علاقه‌مندی بسیاری از محققان به مطالعه این بازار شده است. برق کالایی است که قابلیت ذخیره‌سازی را نداشته و تقاضا برای آن بی‌کشش است. قیمت‌های این بازار اغلب همراه با نوسانات فصلی، همبستگی‌های سریالی، بازگشت به میانگین، پرش، چولگی و دنباله‌های پهن همراه است (جانسون و همکاران^۹، ۲۰۱۰). تحقیقات موجود در زمینه پیش‌بینی قیمت‌ها شامل مدل‌های بازگشت به میانگین (هاسمن و همکاران^{۱۰}، ۲۰۰۷)، مدل‌های تغییر رژیم (هاسمن، ۲۰۰۸؛ جانژورا و ورون^{۱۱}، ۲۰۱۰؛ بردیگنون و همکاران^{۱۲}، ۲۰۱۳)، مدل‌های

^۸ Cifter

^۹ Jónsson *et al.*

^{۱۰} Huisman *et al.*

^{۱۱} Janczura and Weron

^{۱۲} Bordignon *et al.*

غیرخطی حداقل مربعات (لوسیا و شوارتز^{۱۳}، ۲۰۰۲)، مدل‌های رگرسیون بازگشت به میانگین (کاراکاتسانی و بان^{۱۴}، ۲۰۰۸) و همچنین مدل‌های خودرگرسیون میانگین متحرک (انگل، ۱۹۸۲) یا مدل‌های خودرگرسیون واریانس شرطی تعمیم یافته (بلرسلو، ۱۹۸۶) برای مطالعه سطح و نوسانات قیمت‌های برق می‌باشد. به طور کلی، بر اساس روش‌شناسی تحقیق این مدل‌ها را می‌توان در سه حوزه؛ مدل‌های خودرگرسیون^{۱۵}، مدل‌های تغییر رژیم و پرش قیمت^{۱۶}، و مدل‌های نوسانات^{۱۷} طبقه‌بندی نمود. به علاوه، این مدل‌ها نسبت به فراوانی داده‌ها (روزانه یا ساعتی)، تبدیل سری زمانی (لگاریتم قیت یا لگاریتم بازده)، نحوه تعدیلات فصلی (جزء قطعی یا غیرقطعی)، یا تکنیک‌های مورد استفاده شامل فرآیندهای غیرقطعی پیوسته، مدل‌های سری زمانی مقطعی، یا مدل‌های جایگزین برای بررسی ویژگی‌های منحصر بفرد بازار برق متمایز می‌شوند (سراتی و همکاران^{۱۸}، ۲۰۰۷). علی‌رغم به کارگیری مدل‌های متفاوت، اتفاق نظری درباره مناسب‌ترین مدل برای تشخیص نوسانات قیمت برق وجود ندارد (توماس و میشل^{۱۹}، ۲۰۰۵؛ لیو و شی^{۲۰}، ۲۰۱۳). با این وصف، ویژگی‌های تکاملی واریانس ناهمسانی و خوشه‌ای واریانس قیمت‌های برق توسط برخی اندیشمندان معتبر ارزیابی شده و پیشنهاد می‌کنند که فرایند GARCH برای مدل‌سازی نوسانات قیمت در بازار برق مناسب و کافی به نظر می‌رسد (نیتل و روبرت^{۲۱}، ۲۰۰۱؛ گارسیا و همکاران^{۲۲}، ۲۰۰۵).

با توجه به تقسیم‌بندی فوق در حوزه روش‌شناسی بررسی نوسانات و قابلیت مدل‌های GARCH در پیش‌بینی نوسانات قیمت بازار برق در این بخش مدل ARMAX-GARCH که ترکیبی از گونه‌های مختلف ARMAX و GARCH

¹³ Lucia and Schwartz

¹⁴ Karakatsani and Bunn

¹⁵ Autoregressive Models

¹⁶ Jump-Diffusion and Regime-Switching

¹⁷ Volatility Models

¹⁸ Serati *et al.*

¹⁹ Thomas and Mitchell

²⁰ Liu and Shi

²¹ Knittel and Roberts

²² Garcia *et al.*

می‌باشد را معرفی می‌کنیم. از این رو در بخش اول روش‌شناسی مدل‌های ARMAX و در بخش دوم روش‌شناسی مدل‌های GARCH به تفصیل ارائه می‌شود.

۳-۱- مدل‌های خودرگرسیون میانگین متحرک ARMA

باکس جنکینز مدل خود رگرسیون میانگین متحرک ARMA (p, q) را به منظور پیش‌بینی داده‌های سری زمانی تک متغیره معرفی نمودند. این مدل ترکیبی از یک فرآیند خودرگرسیون (AR) و یک فرآیند میانگین متحرک (MA) است. مدل ARMA یک فرآیند ARMA (p,q) دارای دو جزء خودرگرسیون (AR) و میانگین متحرک (MA) است:

$$Y = c + W_1 y_{t-1} + W_2 y_{t-2} + \dots + W_p y_{t-p} + v_t + \{v_{t-1} + \{v_{t-2} + \dots + \{v_{t-q} \quad (1)$$

با این وصف، مانایی یک فرآیند ARMA کاملاً به پارامترهای خودرگرسیون (W_1, W_2, \dots, W_p) وابسته است و نه پارامترهای میانگین متحرک $(\{v_1, \{v_2, \dots, \{v_q)$. درجه‌های p و q با توجه به توابع خودهمبستگی (ACF) و خودهمبستگی جزئی (PACF) تعیین می‌شوند.

مدل ARMAX حالت توسعه یافته‌ای از مدل ARMA می‌باشد که با در نظر گرفتن سایر سری‌های زمانی به عنوان متغیر ورودی، به صورت یک مدل رگرسیون پویا از آن یاد می‌شود. مدل ARMAX (p,q,n) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Y_t = c + \sum_{i=1}^p W_i Y_{t-i} + v_t + \sum_{j=1}^q \{v_{t-j} + \sum_{k=1}^n S_k X(t, k) \quad (2)$$

که S بردار ضرایب مربوط به ماتریس مؤلفه‌های رگرسیون X است. در عمل ضرایب $(W_i, \{v_j, S_k)$ به روش MLE تخمین زده می‌شوند.

۳-۲- مدل‌های خودرگرسیون واریانس شرطی تعمیم یافته GARCH

الگوی خودرگرسیون واریانس شرطی (ARCH) برای اولین بار توسط انگل (۱۹۸۲) به منظور مدل‌سازی نوسانات ارائه شد. در این روش فرض بر آن است که جمله تصادفی دارای میانگین صفر و به طور سریالی غیرهمبسته است اما واریانس آن با شرط داشتن اطلاعات گذشته خود، متغیر فرض می‌شود. در این حالت انتظار می‌رود که واریانس در طول روند تصادفی سری ثابت نبوده و تابعی از رفتار جملات خطا

باشد. در واقع مدل ARCH می‌تواند روند واریانس شرطی را با توجه به اطلاعات گذشته خود توضیح دهد. یکی از دلایل استفاده از مدل‌های ARCH وجود خطاهای پیش‌بینی کوچک و بزرگ در خوشه‌های مختلف یک سری می‌باشد به طوری که یک سری می‌تواند طی سال‌های مختلف، رفتارهای متفاوتی از خود نشان دهد. به عبارت دیگر، در برخی سال‌ها دارای نوسانات کم و در برخی سال‌ها دارای نوسانات زیاد باشد. در چنین شرایطی انتظار می‌رود واریانس در طول زمان ثابت نبوده و تابعی از رفتار جملات خطا باشد.

مدل ارائه شده توسط انگل (ARCH) علی‌رغم سادگی، اغلب نیازمند پارامترهای زیادی برای توضیح کافی یک فرآیند نوسانی است. از این رو، برای رفع این مشکل الگوی خودرگرسیون واریانس شرطی تعمیم یافته (GARCH) توسط بولرسلو (۱۹۸۶) توسعه یافت. در مدل اخیر، واریانس شرطی هم تابعی از مقادیر باوقفه واریانس شرطی و هم خطای پیش‌بینی است. معادله الگوی GARCH (p, q) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$h_t = a_0 + \sum_{i=1}^q a_i h_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p s_j h_{t-j}$$

$$a_0 > 0, a_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, q$$

$$s_j \geq 0 \quad i = 1, \dots, p$$

(۳)

مدل E-GARCH: یکی از مشکلات مدل‌های GARCH استاندارد این است که می‌بایست مثبت بودن تمام ضرایب را به نوعی تضمین نمود. نلسون^{۲۳} (۱۹۹۱) برای رفع این مشکل مدل E-GARCH را معرفی نمود. در این الگو مقدار h_t به گونه‌ای مدل‌سازی می‌شود که الزامی به اعمال قید غیرمنفی وجود ندارد، بنابراین امکان منفی بودن ضرایب وجود دارد. به عبارت دیگر، امکان اثرات نامتقارن جملات خطای گذشته بر واریانس شرطی فراهم می‌شود. معادله الگوی E-GARCH (p, q) به صورت زیر تعریف می‌شود:

²³ Nelson

$$\ln h_t = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i v_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q S_j \ln h_{t-j} \quad (۴)$$

مدل **A-GARCH**: یکی از نقاط ضعف مدل‌های ARCH و GARCH آن است که واریانس شرطی را برای شوک‌های مثبت و منفی به میزان مشابهی تغییر خواهد داد. تحت این شرایط، مدل‌های ARCH و GARCH به نتایج گمراه‌کننده‌ای منجر خواهد شد. مدل خودرگرسیون واریانس شرطی تعمیم‌یافته نامتقارن (AGARCH) امکان نامتقارن بودن در واریانس شرطی را فراهم می‌کنند. معادله الگوی AGARCH (p, q) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$h_t = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i (v_{t-i} + x_i)^2 + \sum_{j=1}^q S_j h_{t-j} \quad (۵)$$

مدل **N-GARCH**: یکی از الگوهای نامتقارن برای مدل‌سازی نوسانات، مدل گارچ غیرخطی می‌باشد. این مدل توسط هیگینز و برا^{۲۴} (۱۹۹۲) مطرح شد که در آن انحراف استاندارد شرطی به توان u می‌رسد و تابعی از وقفه‌های انحراف استاندارد‌های شرطی و شوک‌ها با همان توان است. معادله الگوی N-GARCH (p, q) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$h_t = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i (v_{t-i} - \lambda \sqrt{h_{t-i}})^2 + \sum_{j=1}^q S_j h_{t-j} \quad (۶)$$

مدل **NA-GARCH**: مدل گارچ غیرخطی غیرمتقارن^{۲۵} حالت تکامل یافته‌ای از مدل NGARCH است که توسط انگل و نگ^{۲۶} (۱۹۹۳) مطرح شده است. در این مدل نوسانات به عنوان تابع غیرمتقارن غیرخطی از شوک‌های دوره گذشته تعریف می‌شود و اگر X مخالف صفر باشد عدم تقارن وجود خواهد داشت و اگر X مثبت باشد شوک‌های مثبت باعث نوسان بیشتری نسبت به شوک‌های منفی به همان اندازه می‌شوند.

²⁴ Higgins and Bera

²⁵ Non-Linear Asymmetric GARCH

²⁶ Engle and Ng

$$h_t = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i (v_{t-i} + \lambda \sqrt{h_{t-i}})^2 + \sum_{j=1}^q S_j h_{t-j} \quad (7)$$

مدل **GJR-GARCH**: این مدل نیز الگوی نامتقارنی برای واریانس شرطی به منظور پاسخ‌گویی به شوک‌های مثبت و منفی و اثرات اهرمی معرفی می‌کند که توسط گلستن، جاگاناتان و رانکل^{۲۷} (۱۹۹۳) ارائه شده است. معادله الگوی GJR-GARCH (p, q) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$h_t = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i v_{t-1}^2 + \sum_{i=1}^p \lambda_i v_{t-1}^2 I_{t-1} + \sum_{j=1}^q S_j h_{t-1} \quad (8)$$

مدل **AP-GARCH**: مدل گارچ با جزء قدرت نامتقارن^{۲۸} نیز به منظور بررسی اثرات نامتقارن شوک‌ها به کار می‌رود. این مدل توسط تیلور و شوارت^{۲۹} (۱۹۸۶) معرفی شده است که در آن به جای واریانس از انحراف معیار استفاده می‌شود. معادله الگوی AP-GARCH (p, q) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$h_t^u = a + \sum_{i=1}^p a_i (|v_{t-i}| - \lambda_i v_{t-i})^u + \sum_{j=1}^q S_j \sqrt{h_{t-j}^u} \quad (9)$$

۴- روش انتخاب مدل برتر

معیار حداکثر درست‌نمایی^{۳۰} (MLE): روشی برای برآورد پارامترهای یک مدل آماری است. این روش به بسیاری از روش‌های شناخته شده تخمین آماری شباهت دارد. در صورتی که هیچ‌گونه اطلاعات آماری از جامعه مورد مطالعه نداشته باشیم و بررسی تک تک اعضا نیاز به زمان و هزینه زیادی داشته باشد، با فرض توزیع نرمال مشاهدات و استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی و با در دست داشتن اطلاعات مربوط به نمونه‌ای محدود از جمعیت می‌تواند تخمینی از میانگین و واریانس این توزیع به دست آورد. ساز و کار این روش به گونه‌ای است که با فرض مجهول بودن واریانس و میانگین، مقادیری را به آنها نسبت می‌دهیم که با توجه به اطلاعات موجود محتمل‌ترین حالت باشد. در حالت کلی روش MLE در مورد یک مجموعه مشخص

²⁷ Glosten, Jagannathan and Runkle

²⁸ Asymmetric Power GARCH

²⁹ Taylor and Schwarz

³⁰ Maximum Likelihood Estimation

از داده‌ها عبارت است از نسبت دادن مقادیری به پارامترهای مدل که در نتیجه آن توزیعی تولید شود که بیشترین احتمال را به داده‌های مشاهده شده نسبت دهد یعنی مقادیری از پارامتر که تابع درست‌نمایی را حداکثر کند. لگاریتم درست‌نمایی توزیع بدین صورت تعریف می‌شود:

$$\ln L(n|x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n \ln f(x_i|n), \quad \hat{\ell} = \frac{1}{n} \ln L \quad (10)$$

معیار اطلاعاتی آکائیک^{۳۱} (AIC): معیاری برای سنجش نیکویی برازش است. این معیار بر اساس مفهوم آنتروپی بنا شده است و نشان می‌دهد که استفاده از یک مدل آماری به چه میزان باعث از دست رفتن اطلاعات می‌شود. به عبارت دیگر، این معیار تعادلی میان دقت مدل و پیچیدگی آن برقرار می‌کند. این معیار توسط هیروتسوگو آکائیک^{۳۲} برای انتخاب بهترین مدل آماری پیشنهاد شد. با توجه به داده‌ها، چند مدل رقیب ممکن است با توجه به مقدار AIC رتبه‌بندی شوند و مدل دارای کمترین AIC بهترین است. از مقدار AIC می‌توان استنباط نمود که به عنوان مثال سه مدل بهتر وضعیت نسبتاً یکسانی دارند و بقیه مدل‌ها به مراتب بدتر هستند، اما معیاری برای انتخاب مقدار آستانه‌ای برای AIC که بتوان مدلی را به واسطه داشتن AIC بزرگتر از این مقدار رد کرد وجود ندارد. در حالت کلی، AIC برابر است با $AIC = 2k - 2\ln(L)$ که k تعداد پارامترهای مدل آماری و L مقدار حداکثر تابع درست‌نمایی برای مدل برآورد شده است.

معیار اطلاعاتی بی‌زین شواتز^{۳۳} (BIC): همانند معیار آکائیک معیاری برای سنجش نیکویی برازش است. این معیار توسط گیدئون شواتز^{۳۴} در سال ۱۹۷۸ برای انتخاب بهترین مدل در بین چند مدل رقیب مطرح شد که رابطه بسیار نزدیکی با معیار آکائیک دارد. بر اساس این معیار مدل دارای کمترین مقدار BIC بهترین مدل است. مقدار این معیار برابر است با $BIC = -2 \cdot \ln \hat{L} + k \cdot \ln(n)$ که \hat{L} مقدار حداکثر تابع درست‌نمایی، k تعداد پارامترهای تخمین، و n تعداد مشاهدات می‌باشد.

³¹ Akaike information criterion

³² Hirotugu Akaike

³³ Bayesian information criterion

³⁴ Gideon E. Schwarz

۵- داده‌ها و نتایج تحقیق

داده‌های مورد بررسی در مطالعه حاضر، سری زمانی متوسط قیمت‌های روزانه بازار برق طی بازه زمانی ۱۳۹۱-۱۳۹۳ می‌باشد. آمار توصیفی این داده‌ها در جدول (۱) آمده است:

جدول ۱: مشخصات آماری لگاریتم قیمت معاملات روزانه بازار برق

مشاهدات	مینیمم	ماکزیمم	میانگین	میانه	انحراف معیار	چولگی	کشی‌دگی
۱۰۹۶	۱۲/۴۶	۱۳/۷۳	۱۳/۰۷	۱۳/۰۵	۰/۲۱۷	۰/۳۰۹	-۰/۱۶۷

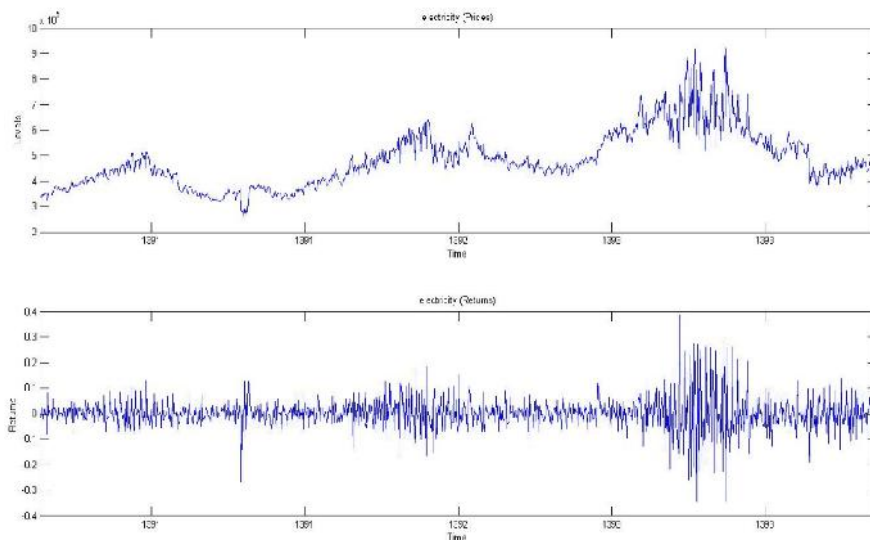
مأخذ: محاسبات محقق

مطابق جدول (۱)، جامعه آماری مورد مطالعه شامل ۱۰۹۶ داده می‌باشد که ۱۰۰ داده آخر به منظور شبیه‌سازی و انجام مطالعات پیش‌بینی مورد استفاده قرار می‌گیرد. با توجه به این که سری زمانی مورد مطالعه دارای اثرات روند می‌باشد با استفاده از تکنیک تفاضل‌گیری این عامل را حذف می‌نماییم و سری جدید مطابق با فرمول ذیل اصلاح می‌شود:

$$r_t = \ln(p_t - p_{t-1}) * 100 \quad (11)$$

نمودار ۱: سری زمانی قیمت‌های روزانه و لگاریتم تفاضل آن در بازار برق طی سال‌های ۱۳۹۳-

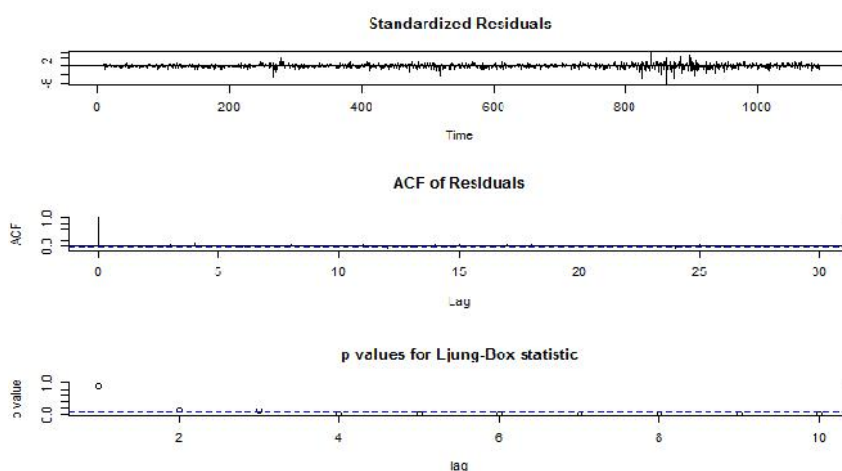
۱۳۹۱



مأخذ: محاسبات محقق

همان‌گونه که مشاهده می‌شود داده‌های مورد مطالعه با استفاده از تکنیک لگاریتم تفاضل قیمت ویژگی ایستایی و بازگشت به میانگین را به دست می‌آورند. داده‌های تبدیل یافته به ما این امکان را می‌دهند که نوسانات موجود را مطالعه نماییم. برای تخمین مدل مناسب ابتدا لازم است درجات خودرگرسیون (AR) و میانگین متحرک (MA) تعیین شوند. از این رو، با بررسی توابع خودهمبستگی (ACF) و خودهمبستگی جزئی (PACF) و همچنین مقایسه معیارهای آکائیک (AIC) و بیزین شوارتز (BIC) مدل $ARIMA(2,0,1)$ انتخاب می‌شود که نمودار باقیمانده‌های مدل و لیونگ باکس P-Value حاکی از درستی انتخاب می‌باشد.

نمودار ۲: باقیمانده‌ها، تابع خودهمبستگی و آماره لیونگ باکس



مأخذ: محاسبات محقق

مدل انتخابی $ARMAX$ در ترکیب با گونه‌های مختلف مدل‌های خودرگرسیون واریانس شرطی تعمیم یافته (GARCH) بر روی داده‌ها اجرا شده و پارامترهای هر مدل تخمین زده می‌شود.

در جدول ۲ پارامترهای C و K مقادیر ثابت هر مدل، پارامتر AR مقدار خودرگرسیون، پارامتر MA مقدار بازگشت به میانگین، پارامتر ARCH مقدار p یا اثر آرچ، و پارامتر GARCH مقدار q یا اثر گارچ مدل را نشان می‌دهد. مقایسه مدل‌های GARCH، JGR-GARCH و EGARCH نشان می‌دهد که مدل GARCH کمترین مقادیر و مدل EGARCH بیشترین مقادیر را برای پارامترهای هر مدل تخمین زده است. لازم به ذکر است مدل‌های NAGARCH، NGARCH و

APGARCH نیز در این مطالعه بررسی شده که به دلیل معنادار نبودن پارامترها از جدول نتایج حذف شده است.

جدول ۲: برآورد پارامتر مدل‌های ARMAX-GARCH

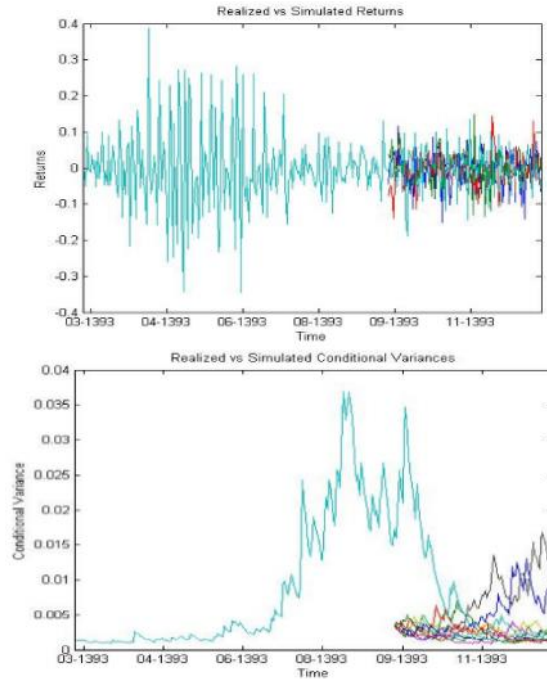
Model	C	AR1	AR2	MA	K	ARCH	GARCH
ARMAX (2,1,0)- GARCH (1,1)-N	۰/۱۰۰۰ (۰/۰۰۰۴)	-۰/۴۰۰۲ (۰/۰۵۹۲)	-۰/۰۸۵۲ (۰/۰۴۰۱)	-۰/۷۱۲۱ (۰/۰۵۳۸)	-۰/۰۰۰۱ (۰/۰۰۰۰)	-۰/۱۱۴۵ (۰/۰۱۹۹)	-۰/۸۶۶۴ (۰/۰۲۰۶)
ARMAX (2,1,0)- GARCH (1,1)- GED	-۰/۰۰۰۷ (۰/۰۰۰۵)	-۰/۳۴۳۸ (۰/۰۶۱۲)	-۰/۸۹۲۰ (۰/۰۵۰۹)	-۰/۷۲۲۲ (۰/۰۴۸۸)	-۰/۰۰۰۱ (۰/۰۰۰۰)	-۰/۱۳۸۳ (۰/۰۲۱۹)	-۰/۸۵۰۶ (۰/۰۱۹۰)
ARMAX (2,1,0)- GARCH (1,1)-t	۰/۰۰۰۴ (۰/۰۰۰۴)	-۰/۴۲۲۰ (۰/۰۶۷۱)	-۰/۰۷۹۶ (۰/۰۳۸۸)	-۰/۷۰۲۴ (۰/۰۵۶۷)	-۰/۰۰۰۰ (۰/۰۰۰۰)	-۰/۱۰۵۲ (۰/۰۲۳۱)	-۰/۸۸۲۹ (۰/۰۲۳۳)
ARMAX (2,1,0)- GJR (1,1)-N	۰/۰۰۰۱ (۰/۰۰۰۴)	-۰/۳۹۹۰ (۰/۰۶۱۲)	-۰/۰۸۵۱ (۰/۰۳۹۳)	-۰/۷۱۱۹ (۰/۰۵۳۵)	-۰/۰۰۰۱ (۰/۰۰۰۰)	-۰/۱۱۶۹ (۰/۰۲۴۶)	-۰/۸۶۷۳ (۰/۰۲۱۶)
ARMAX (2,1,0)- GJR (1,1)- GED	-۰/۰۰۰۶ (۰/۰۰۰۴)	-۰/۳۳۸۷ (۰/۰۵۶۹)	-۰/۰۹۱۷ (۰/۰۵۰۷)	-۰/۷۱۸۶ (۰/۰۵۰۲)	-۰/۰۰۰۱ (۰/۰۰۰۰)	-۰/۱۴۸۳ (۰/۰۲۹۳)	-۰/۸۵۳۸ (۰/۰۲۰۰)
ARMAX (2,1,0)- GJR (1,1)-t	۰/۰۰۰۴ (۰/۰۰۰۴)	-۰/۴۳۳۸ (۰/۰۶۶۹)	-۰/۰۸۰۸ (۰/۰۳۷۶)	-۰/۷۰۰۳ (۰/۰۵۹۲)	-۰/۰۰۰۰ (۰/۰۰۰۰)	-۰/۰۹۷۵ (۰/۰۲۸۱)	-۰/۸۷۹۶ (۰/۰۲۴۳)
ARMAX (2,1,0)- EGARCH (1,1)-N	-۰/۰۰۰۱ (۰/۰۰۰۳)	-۰/۴۱۹۶ (۰/۰۶۲۳)	-۰/۰۶۴۵ (۰/۰۴۰۲)	-۰/۷۲۹۲ (۰/۰۵۲۱)	-۰/۲۱۳۱ (۰/۰۵۷۲)	-۰/۳۰۴۲ (۰/۰۳۵۹)	-۰/۹۶۳۳ (۰/۰۰۹۳)
ARMAX (2,1,0)- EGARCH (1,1)- GED	-۰/۰۰۰۶ (۰/۰۰۰۳)	-۰/۳۹۴۲ (۰/۰۰۵۷)	-۰/۰۴۷۱ (۰/۰۰۰۰)	-۰/۷۵۴۲ (۰/۰۱۰۵)	-۰/۲۱۹۴ (۰/۰۵۰۱)	-۰/۳۳۲۵ (۰/۰۳۴۱)	-۰/۹۵۸۷ (۰/۰۰۸۵)
ARMAX (2,1,0)- EGARCH (1,1)-t	۰/۰۰۰۲ (۰/۰۰۰۴)	-۰/۴۲۴۱ (۰/۰۷۱۴)	-۰/۰۷۶۱ (۰/۰۳۸۹)	-۰/۶۹۴۳ (۰/۰۶۳۸)	-۰/۱۹۷۰ (۰/۰۶۷۶)	-۰/۳۰۰۷ (۰/۰۴۰۹)	-۰/۹۶۵۹ (۰/۰۱۱۰)

مأخذ: محاسبات محقق

مقادیر بازده و نوسانات واقعی داده‌ها در مقایسه با مدل‌های شبیه‌سازی شده در نمودار (۳) ترسیم شده است. این نمودار چگونگی برازش هر یک از مدل‌ها برای مقادیر واقعی را نشان می‌دهد که مدل GARCH بهترین شبیه‌سازی را برای بازده و نوسانات داده‌ها فراهم می‌آورد.

با استفاده از روش گابریل معیار مدل برتر، دارا بودن بیشترین مقدار حداکثر درست‌نمایی (LL) و کمترین مقدار شاخص آکائیک (AIC) و شوارتز (BS) می‌باشد. مقادیر هر یک از این شاخص‌ها در جدول (۳) آمده است:

نمودار ۳: مقادیر بازده و نوسانات واقعی در مقایسه با مقادیر شبیه‌سازی شده



مأخذ: محاسبات محقق

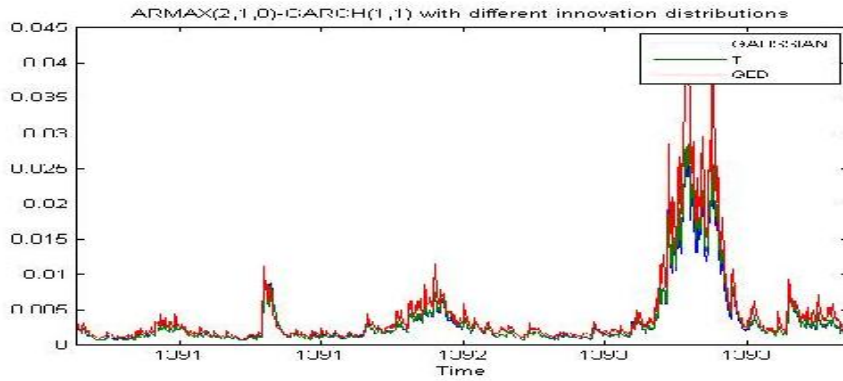
جدول ۳: معیارهای تشخیص برازش مدل

Model	LL	AIC	BS
ARMAX (2,1,0)- GARCH (1,1)-N	۱۸۰۵	-۳۵۹۵	-۳۵۶۰
ARMAX (2,1,0)-GARCH (1,1)-GED	۳۰۳۱	-۶۰۴۶	-۶۰۰۶
ARMAX (2,1,0)-GARCH (1,1)-t	۱۸۲۸	-۳۶۴۰	-۳۶۰۱
ARMAX (2,1,0)-GJR-GARCH (1,1)-N	۱۸۰۵	-۳۵۹۳	-۳۵۵۳
ARMAX (2,1,0)- GJR-GARCH (1,1)- GED	۳۰۳۱	-۶۰۴۴	-۵۹۹۹
ARMAX (2,1,0)- GJR-GARCH (1,1)-t	۱۸۲۸	-۳۶۳۹	-۳۵۹۴
ARMAX (2,1,0)- EGARCH (1,1)-N	۱۷۹۱	-۳۵۶۵	-۳۵۲۵
ARMAX (2,1,0)- EGARCH (1,1)-GED	۳۰۱۸	-۶۰۱۸	-۵۹۷۳
ARMAX (2,1,0)- EGARCH (1,1)-t	۱۸۱۵	-۳۶۱۱	-۳۵۶۶

مأخذ: محاسبات محقق

با توجه به نتایج به دست آمده از جدول (۳) مدل $ARMAX(2,1,1)$ با $GARCH(1,1)-GED$ بهترین برازش را برای داده‌ها مورد مطالعه فراهم می‌آورد. رفتار نوسانات این مدل با سه توزیع مورد نظر در نمودار (۴) ترسیم شده است.

نمودار ۴: فرآیند نوسانات مدل برتر با توزیع‌های متفاوت



مأخذ: محاسبات محقق

یکی از ویژگی‌های مدل برتر دقت پیش‌بینی نوسانات می‌باشد. برای مقایسه مدل‌های مورد مطالعه از داده‌های روزانه به تفکیک هر ساعت استفاده می‌شود. با توجه به داده‌های هر روز که شامل ۲۴ ساعت است تفاضل قیمت‌ها با فاصله‌های ۱، ۲، ۵، ۱۰، ۱۵ ساعت محاسبه و مجموع آن برای واریانس واقعی آن روز در نظر گرفته می‌شود. برای داده‌های برون نمونه‌ای که ۱۰۰ داده می‌باشد مقدار واریانس‌های واقعی با مقدار پیش‌بینی شده توسط هر مدل مقایسه می‌شود. به عبارت دیگر با توجه به معیار حداقل تفاضل مربعات خطا^{۳۵} هر مدل رتبه‌بندی می‌شود.

$$MSE = n^{-1} \sum_{t=1}^n (\hat{f}_{t+1}^2 - \hat{h}_{t+1|t})^2 \quad (12)$$

نتایج رتبه‌بندی مدل‌ها در جدول (۴) آمده است. مطابق رتبه‌های به دست آمده، مدل GARCH بهترین برآورد و پیش‌بینی را داشته است. به طور دقیق‌تر مدل ARMAX (2,1,0)-GARCH (1,1)-GED، ARMAX (2,1,0)-GARCH (1,1)-t و N EGARCH به ترتیب اولویت‌های اول تا سوم در پیش‌بینی نوسانات را دارند. از مقایسه بین مدل‌های GJR-GARCH و EGARCH مدل دوم پیش‌بینی بهتری را داشته است.

³⁵ Mean Squared Error (MSE)

جدول ۴: رتبه‌بندی پیش‌بینی نوسانات مدل‌ها

Model	Rank (1h)	Rank (2h)	Rank (5h)	Rank (10h)	Rank (15h)
ARMAX (2,1,0)- GARCH (1,1)-N	۲	۲	۲	۲	۲
ARMAX (2,1,0)-GARCH (1,1)-GED	۱	۱	۱	۱	۱
ARMAX (2,1,0)-GARCH (1,1)-t	۳	۳	۳	۳	۳
ARMAX (2,1,0)-GJR-GARCH (1,1)-N	۷	۹	۹	۹	۹
ARMAX (2,1,0)- GJR-GARCH (1,1)- GED	۴	۴	۴	۴	۴
ARMAX (2,1,0)- GJR-GARCH (1,1)-t	۸	۷	۷	۷	۷
ARMAX (2,1,0)- EGARCH (1,1)-N	۶	۶	۶	۶	۶
ARMAX (2,1,0)- EGARCH (1,1)-GED	۹	۸	۸	۸	۸
ARMAX (2,1,0)- EGARCH (1,1)-t	۵	۵	۵	۵	۵

مأخذ: محاسبات محقق

۶- نتیجه‌گیری و پیشنهادات

فرآیند مقررات‌زدایی و شیوه‌های نوین انجام مبادلات در بازار برق موجب نااطمینانی قیمت برای تولیدکنندگان و مصرف‌کنندگان این کالا شده است. بنابراین، یافتن مدل‌هایی که قابلیت ارزیابی، تخمین و پیش‌بینی صحیح نوسانات قیمت جهت مدیریت ریسک و تصمیم‌گیری را داشته باشند از ضروریات این بازار به شمار می‌رود. مطابق با روش‌شناسی سری‌های زمانی، در این تحقیق با تمرکز بر مدل‌های ARMAX-GARCH قیمت‌های بازار برق بررسی شد که نتایج به دست آمده می‌تواند برای مدیریت ریسک در این حوزه به کار رود.

در این مطالعه، گونه‌های مختلف ARMAX-GARCH به دلیل ویژگی‌های آماری و قابلیت آنها برای ارزیابی و تخمین سری زمانی قیمت‌های بازار برق به کار گرفته شد. پارامترهای متناظر با هر مدل تخمین زده شد و بر اساس شاخص‌های حداکثر راستنمایی، شاخص آکائیک و شوارتز مدل برتر انتخاب شد. از میان مدل‌های مورد مطالعه مدل ARMAX (2,1,0)-GARCH(1,1) با توزیع GED بهترین برآزش و شبیه‌سازی را برای داده‌های مورد مطالعه حاصل می‌کند. این گزینش نشان می‌دهد که با شرایط فعلی بازار برق ایران عدم تقارن اطلاعات نقش کمتری داشته و مدل‌های استاندارد گارچ بهترین شبیه‌سازی را ارائه می‌دهند. بر این اساس به منظور آزمون نتیجه به دست آمده به پیش‌بینی نوسانات بازار برق برای دوره‌های متفاوت

پرداختیم. از این رو، با انتخاب ۱۰۰ داده آخر به عنوان مطالعه برون نمونه ای مقدار واریانس‌های واقعی برای دوره‌های یک دوره‌ای و چند دوره‌ای محاسبه و با واریانس‌های پیش‌بینی شده توسط مدل مقایسه شد که صحت انتخاب مدل در این مرحله مجدداً تأیید شد.

با توجه به تحولات اخیر در بازار برق ایران و ورود شرکت‌ها در بازار بورس و فرابورس برای انجام معاملات انتظار می‌رود الگوی نوسانات تغییر یابد. وضعیت فعلی بازار برق حاکی از نوعی وضعیت اطمینان است که راه اندازی ساز و کار بورس بر میزان عدم تقارن اطلاعات خواهد افزود.

فهرست منابع:

- ابراهیمی، نادعلی و شهرام جدید. (۱۳۸۷). پیش‌بینی قیمت برق روز بعد با استفاده از مدل ARIMA و Wavelet-ARIMA. دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مهندسی برق.
- راعی، رضا، شاپور محمدی و علیرضا سارنج. (۱۳۹۳). پویایی‌های بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل گارچ نمایی در میانگین سوئیچینگ مارکوف. مجله تحقیقات مالی، ۳۷: ۷۷-۹۸.
- سجاد، رسول و امیر حسین فراهانی راد. (۱۳۹۲). مدلسازی عدم تقارن و تغییرساختاری سری‌های زمانی مالی با استفاده از فرایندهای تغییر رژیم مارکوف. مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ۱۷: ۸۷-۱۰۱.
- شایقی، حسین و علی قاسمی. (۱۳۹۴). پیش‌بینی قیمت روزانه برق با شبکه عصبی بهبود یافته مبتنی بر تبدیل موجک و روش آشوبناک جستجوی گرانشی. مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز، ۴۵: ۱۱۷-۱۰۵.
- شجاعی، عبدالناصر، محسن خضری و تورج بیگی. (۱۳۹۰). بررسی تأثیر شوک‌های بازار ارز بر بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل‌های تغییر رژیم مارکوف. فصلنامه اقتصاد کاربردی، ۳: ۱۴۱-۱۱۳.
- صمدی، علی حسین، پریسا بهلولی و نگار سنگ سفیدی. (۱۳۹۱). مروری بر الگوهای مارکوف سوئیچینگ و کاربردهای آن در اقتصاد. اولین همایش بین‌المللی اقتصاد سنجی روشها و کاربردها دانشگاه آزاد اسلامی واحد سنندج.
- منظور، داود و امیرکاظم صفاکیش. (۱۳۸۸). پیش‌بینی قیمت برق در بازار برق رقابتی ایران با رویکرد مدل‌های سری زمانی. هفتمین همایش ملی انرژی.
- Aiube, F.L., T.K.N. Baidya, F.F. Blank, A.B. Mattos, W. Saboia & A.S. Siddiqui. (2013). Modeling Hourly European Electricity Spot Prices via a SARMA-GARCH Approach. Department of Computer and Systems Sciences, Stockholm University.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. Journal of Econometrics, 31: 307-327.
- Bordignon, S., D.W. Bunn, F. Lisi & F. Nan. (2013). Combining Day-Ahead Forecasts for British Electricity Prices. Energy Economics, 35: 88-103.
- Box, G.E.P. & G.M. Jenkins. (1994). Time Series Analysis: Forecasting and Control. (3rd Edition). Prentice Hall, ISBN: 0130607746.

- Cifter, C. (2013). Forecasting Electricity Price Volatility with the Markov-Switching GARCH Model: Evidence from the Nordic Electric Power Market. *Electric Power Systems Research*, 102: 61-7.
- Engle, R.F. & V.K. Ng. (1993). Measuring and testing the impact of news on volatility. *Journal of Finance*, 48: 1749-1778.
- Engle, R.F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50: 987-1007.
- Frömmel, M., H. Xing & C. Stepan. (2013). Modeling the Daily Electricity Price Volatility with Realized Measures, *Energy Economics*.
- Garcia, R.C., J. Contreras, M.V. Akkeren & J.B.C. Garcia. (2005). A GARCH Forecasting Model To Predict Day-Ahead Electricity Prices. *IEEE Transactions on Power Systems*, 20: 2.
- Glosten, L.R., R. Jagannathan & D. Runkle. (1993). On the relation between the expected value and the volatility on the nominal excess return on stocks. *Journal of Finance*, 48: 1779-1801.
- Hickey, E., D.G. Loomis & H. Mohammadi. (2012). Forecasting Hourly Electricity Prices Using ARMAX-GARCH Models: An Application to MISO Hubs. *Energy Economics*, 34(1): 307-315.
- Higgins, S. & A.K. Bera. (1992). A class of nonlinear ARCH model. *International Economic Review*, 33: 137-158.
- Huisman, R. (2008). The Influence of Temperature on Spike Probability in Day-Ahead Power Prices. *Energy Economics*, 30: 2697-2704.
- Huisman, R., C. Huurman & R. Mahieu. (2007). Hourly Electricity Prices in Day-Ahead Markets. *Energy Economics*, 29: 240-248.
- Janczura, J. & R. Weron. (2010). An Empirical Comparison of Alternate Regime-Switching Models for Electricity Spot Prices. *Energy Economics*, 32: 1059-1073.
- Jónsson, T., P. Pinson & H. Madsen. (2010). On the Market Impact of wind Energy Forecasts. *Energy Economics*, 32: 313-320.
- Karakatsani, N.V. & D.W. Bunn. (2008). Forecasting Electricity Prices: The Impact of Fundamentals and Time-Varying Coefficients. *International Journal of Forecasting*, 24: 764-785.
- Knittel, C.R. & M.R. Roberts. (2001). An Empirical Examination of Deregulated Electricity Prices. University of California Energy Institute.
- Liu, H. & J. Shi. (2013). Applying ARMA-GARCH Approaches to Forecasting Short-Term Electricity Prices. *Energy Economics*, 37: 152-166.

Lucia, J.J. & E.S. Schwartz. (2002). Electricity Prices and Power Derivatives: Evidence from the Nordic Power Exchange. *Review of Derivatives Research*, 5: 5-50.

Naeem, M. (2010). A Comparison of Electricity Spot Prices Simulation Using ARMA-GARCH and Mean-Reverting Models. Lappeenranta University of Technology, Department of Mathematics and Physics.

Serati, M., M. Manera & M. Plotegher. (2007). Modelling electricity prices: from the state of the art to a draft of a new proposal. *Liuc Papers*, 210: 56.

Taylor, S.J. (1986). *Modeling financial time series*, UK: John Wiley and Sons.

Thomas. S. & H. Mitchell. (2005). GARCH modeling of high frequency volatility in Australia's national electricity market.

