

## تأثیر بانک‌های تجاری و رشد جمعیت بر تورم بهینه در مدل سیدراسکی برای اقتصاد ایران

رسول بخشی دستجردی و مجید شیخ انصاری \*

تاریخ وصول: ۱۳۹۴/۳/۷ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۱۲/۱۹

چکیده:

تورم یکی از مهمترین مشکلات مطرح در اقتصاد است که آثار زیان‌بار بسیاری از جمله عدم تخصیص بهینه منابع، کند شدن روند رشد اقتصاد و ایجاد نااطمینانی از آینده به همراه دارد. این پژوهش با موضوع «تأثیر بانک‌های تجاری و رشد جمعیت بر تورم بهینه در مدل سیدراسکی برای اقتصاد ایران» نیز تلاشی در جهت روشن نمودن زیربخشی از موضوع تورم بوده است. روش این پژوهش توصیفی-تحلیلی است. ابتدا مدل پژوهش که برگرفته از مدل سیدراسکی (۱۹۶۷) می‌باشد، گسترش داده شده و جهت نزدیک‌تر نمودن به واقعیت پارامترهایی به آن اضافه شده و با استفاده از روش بهینه‌یابی رمزی که یک روش تعادل عمومی پویاست، حل می‌شود. پس از جمع‌آوری و تخمین داده‌های مورد نیاز، مدل پژوهش تشکیل شده و با استفاده از نرم افزار *Matlab* عملیات بهینه‌یابی و کالیبراسیون انجام خواهد شد. نتایج حاصل از انجام پژوهش حاکی از آن است که نرخ تورمی که می‌تواند بیشترین رفاه اجتماعی را برای اقتصاد ایران به همراه داشته باشد، نرخ ۰/۰۱۹۶- است. این نرخ که بیان‌گر بیشترین میزان تابع رفاه است، قاعده بهینه‌ی فریدمن را تأمین می‌نماید. با توجه به نتایج به‌دست آمده از مدل تئوریک پژوهش کاهش قدرت خلق پول بانک‌های تجاری از طریق افزایش نرخ ذخیره قانونی و افزایش نرخ رشد جمعیت می‌تواند به کاهش تورم بهینه منجر گردد.

طبقه‌بندی *JEL*: C61, C68, E52, O42

واژه‌های کلیدی: نرخ تورم بهینه، مدل سیدراسکی، کالیبراسیون، نرخ ذخیره قانونی

\* به ترتیب، دانشیار دانشکده اقتصاد دانشگاه اصفهان و کارشناسی ارشد اقتصاد دانشگاه یزد.  
([bakhshirasul@gmail.com](mailto:bakhshirasul@gmail.com))

## ۱- مقدمه

تورم یکی از مهمترین مشکلات مطرح در اقتصاد است که آثار زیان‌بار بسیاری به همراه دارد. از جمله این آثار زیان‌بار می‌توان به عدم تخصیص بهینه منابع، کند شدن روند رشد اقتصاد و ایجاد ناطمینانی از آینده را نام برد. این مشکلات آنقدر مهم هستند که کمتر پژوهش اقتصادی را می‌توان نام برد که تورم را نادیده بگیرد. بسیاری از اندیشمندان این حوزه در پی راهکارهایی برای کاهش تورم بوده‌اند و از این بین تعدادی، تورم را ناشی از نواقص عمده نظام پولی سرمایه‌داری می‌دانند (رمزی ۱۹۲۸، آرو و همکاران، ۱۹۹۶).<sup>۱</sup>

با توجه به مطالب گفته شده در بالا هزینه‌های رفاهی که تورم بر جامعه تحمیل می‌کند همیشه یکی از مهمترین دغدغه‌های اقتصاددانان حوزه‌ی پولی بوده است. این اقتصاددانان با پذیرش وجود تورم به دنبال نرخ تورمی بوده‌اند که کمترین آسیب را به جامعه وارد کرده، کمترین زیان رفاهی را به همراه داشته باشد. به این ترتیب، موضوعی در این حوزه شکل گرفت که از آن به عنوان «نرخ بهینه تورم» یاد می‌کنند. این مسأله برای اقتصاد ایران که از فشار تورم بر تولید و مصرف رنج می‌برد، بیشتر حس می‌شود. آیا اقتصاد ما - آن‌گونه که برخی معتقدند - برای رشد مستمر نیازمند تورم است؟ نرخ تورمی که اقتصاد ایران را به شرایط بهینه پایدار می‌رساند، چقدر است و مسیر رسیدن به این نرخ چگونه طی می‌شود؟

مهم‌ترین مدل نظری موجود در مورد این مسأله را میلتون فریدمن<sup>۲</sup> ارائه کرد. وی نرخ بهره اسمی بهینه روی اوراق قرضه را صفر معرفی کرد تا زیان‌های ناشی از کم شدن ارزش پول بدون بهره به کمترین حد خود برسد. واضح است که از آنجا که نرخ بهره اسمی از مجموع نرخ بهره واقعی به علاوه تورم تشکیل می‌شود، پس نرخ تورم در شرایط بیشترین کارایی اقتصاد از دیدگاه فریدمن باید برابر با منفی نرخ بهره واقعی باشد. فریدمن معتقد است که تورم به عنوان یک پدیده پولی زمانی به وجود می‌آید که رشد پول از رشد اقتصادی بیشتر باشد. وی در بحث تعیین قاعده مقدار بهینه پولی به استخراج نرخ بهینه تورم پرداخته و به این نتیجه رسیده است که زمانی که نرخ بهره اسمی صفر باشد، نرخ بهینه تورم حاصل می‌گردد. از دیدگاه فریدمن در این حالت است که تخصیص کارایی منابع صورت می‌گیرد و رفاه اقتصادی حداکثر می‌شود. با توجه به اینکه نرخ بهره پولی نقش ویژه‌ای در محدود کردن سطح اشتغال و سرمایه‌گذاری دارد، رفاه اقتصادی با مقدار بهینه حجم پول حداکثر می‌شود. پس از فریدمن شاگردان وی و پیروان مکتب پولی شیکاگو به ادامه این راه و تکمیل نظریه فریدمن پرداختند.

<sup>۱</sup> Ramsey, 1928; Arrow et al., 1996

<sup>۲</sup> Friedman

یکی از این شاگردان، میگوئل سیدراسکی<sup>۳</sup> بود که با تشکیل یک مسأله بهینه یابی از نوع رمزی و وارد کردن پول در تابع مطلوبیت افراد و با توجه به قید بودجه دولت به نتایجی دست یافت که تأییدکننده نظرات فریدمن در این حوزه بود. مقاله بنیادی سیدراسکی (۱۹۶۷) با عنوان انتخاب عقلایی و رشد در اقتصاد پولی، که به عنوان پایه نظری برای پژوهش حاضر انتخاب شده است، یکی از مطالعات تأثیرگذار در حوزه پولی بوده است. وی با تعمیم الگوی رمزی (۱۹۲۸) در چارچوب یک الگوی رشد نئوکلاسیکی، با قراردادن مصرف و پول در تابع مطلوبیت، به تحلیل رابطه بین رشد پول، انباشت سرمایه و رفاه در اقتصاد پرداخته است. سیدراسکی (۱۹۶۷) فرض می‌کند که پول به عنوان کالای نهایی در تابع مطلوبیت قرار می‌گیرد و فرد مستقیماً از مانده‌های واقعی پول مطلوبیت کسب می‌کند. بنابراین در این الگو به دلیل اینکه پول دارای خدمات نقدینگی است، باعث سهولت در معاملات می‌شود. در شرایط تورمی، به دلیل اینکه قدرت خرید پول در حال کاهش است، فرد کمتر از مقدار مطلوب پول نگهداری می‌کند و این امر منجر به زیان رفاهی برای فرد می‌گردد.

بنابراین، الگوی سیدراسکی چارچوب مناسبی را برای محاسبه تورم بهینه در وضعیت پایا فراهم می‌کند، زیرا زمانی که پول مستقیماً در تابع مطلوبیت وارد می‌شود، سطح پایین‌تر نگهداری مانده‌های پول در نتیجه نرخ تورم بالاتر بر سطح رفاه تأثیر می‌گذارد. در جایی که کمترین زیان متوجه تابع رفاه اجتماعی گردد، نرخ تورم بهینه حاصل شده است. همچنین به خاطر اینکه در این الگو پول ابرخنثی است، مصرف واقعی به عنوان متغیر دیگری که در تابع مطلوبیت وارد می‌شود، در نرخ‌های متفاوت تورم تغییر نمی‌کند.

همانطور که پیش از این گفته شد، مدل سیدراسکی یک مدل بهینه‌یابی پویاست که از طریق به کارگرفتن یک تعادل عمومی پویا سعی در اثبات ابرخنثایی پول دارد. اما از آنجا که وارد کردن پول در تابع مطلوبیت و به کارگیری الگوی تعادل عمومی رمزی برای حل مدل، می‌توانست راهگشای مسائل مختلفی در حیطه اقتصاد پولی و رشد به صورت همزمان باشد، بعدها به منظور حل مسائل مختلف و به عنوان یک روش بدیع در پژوهش‌های مختلف به کار گرفته شد. از مدل سیدراسکی علاوه بر اینکه می‌توان در جهت برآورد نرخ بهینه تورم استفاده کرد، این مدل قابل استفاده برای اثبات یا رد خنثایی و غیر خنثایی پول نیز می‌باشد و همچنین می‌توان از آن به منظور محاسبه هزینه‌های رفاهی که سیاست‌های تورمی و ضدتورمی می‌توانند بر جامعه تحمیل کنند، استفاده کرد.

<sup>3</sup> Sidrauski

این پژوهش درصدد است که با رویکردی انتقادی به نظریه سیدراسکی، از آن به عنوان مبانی نظری استفاده کند. همچنین با بسط مدل از لحاظ ریاضی و اضافه کردن نرخ ذخیره قانونی به پارامترهای موجود در مدل گامی در جهت واقعی‌تر کردن این مدل بردارد. در نهایت با کالیبراسیون مدل سیدراسکی، نرخ بهینه تورم برای اقتصاد ایران را بدست آورد.

## ۲-پیشینه

در رابطه با نرخ تورم بهینه به رغم اینکه پیشینه قابل توجهی به زبان فارسی وجود ندارد، پژوهش‌های خارجی گسترده‌ای انجام پذیرفته است. با این وجود به اثر بانک‌های تجاری بر تورم بهینه کمتر اشاره شده و همچنین ارتباط رشد جمعیت، نرخ تورم بهینه و نرخ ذخیره قانونی به عنوان نماینده بانک‌های تجاری توجه نشده است.

بیگ<sup>۴</sup> (۱۹۸۰) در مقاله‌ای با عنوان انتظارات عقلایی و غیرخنثایی اصولی سیاست پولی، به اهمیت کشش تقاضای پول نسبت به نرخ بهره اسمی و کشش مطلوبیت نهایی مصرف نسبت به مانده‌های واقعی پول در خنثایی پول در وضعیت پایا در فضای IS-LM پرداخته است. وی بیان می‌کند که دو شرط برای ابرخنثی بودن پول لازم است: اول اینکه پول در بحث تابع مصرف وارد نشود، دوم اینکه تقاضای پول مستقل از نرخ بهره اسمی باشد. که هر دوی این شروط ناقض مدل سیدراسکی می‌باشند. بنابراین بیگ معتقد است که با فروض مدل سیدراسکی، پول ابرخنثی نیست.

مک‌کالم و گودفریند<sup>۵</sup> (۱۹۸۷) در مقاله‌ای با عنوان تقاضای پول: مطالعه نظری بر اساس الگوی زمان خرید، تغییراتی را در الگوی سیدراسکی داده‌اند. فرض اصلی مدل یاد شده این است که به جای اینکه مانده واقعی پول مستقیماً مطلوبیت داشته باشد، فرض می‌شود مصرف نیاز به صرف زمان برای انجام معاملات داشته و زمان معاملاتی با نگهداری پول کاهش می‌یابد. بنابراین در مدل زمان خرید به این دلیل تقاضای پول وجود دارد که هزینه یا زمان معاملاتی را کاهش می‌دهد و با افزایش نرخ بهره اسمی، زمانی که صرف خرید می‌شود، افزایش می‌یابد؛ بنابراین از دست رفتن زمان، هزینه رفاهی است.

دن هان<sup>۶</sup> (۱۹۹۰) در پژوهش خود با عنوان مسیر تورم بهینه در مدل سیدراسکی با در نظر گرفتن عدم قطعیت، با به کارگرفتن مدل سیدراسکی برای به‌دست آوردن مسیر بهینه

<sup>۴</sup> Begg, 19890

<sup>۵</sup> Mccallum and Goodfriend, 1987

<sup>۶</sup> Den hann, 1992

تورم و اضافه کردن پارامتر عدم قطعیت به این نتیجه می‌رسد که اگرچه تفاوت سیستماتیک بین دو وضعیت قطعیت و عدم قطعیت وجود دارد، اما از لحاظ مسیر بهینه تورم، قاعده شیکاگو در هر دو وضعیت برقرار است. همچنین، در این مقاله سیاست پولی بهینه به عنوان تابعی از متغیر وضعیت مدل مورد محاسبه قرار می‌گیرد. به این ترتیب، این پژوهش سیاست بهینه را کاهش نرخ عرضه پول تا جایی که با نرخ ترجیح زمانی برابر شود، می‌داند.

وانگ و ییپ<sup>۷</sup> (۱۹۹۲) با در نظر گرفتن تابع مطلوبیت مشابه تابع مطلوبیت الگوی سیدراسکی و وارد کردن مصرف، پول و فراغت، به بررسی نقش پول در یک الگوی رشد درون‌زا پرداخته‌اند. نتایج این تحقیق بیان‌گر این است که اگر پول و مصرف مکمل هم، مصرف و فراغت جانشین هم و پول و فراغت جانشین هم باشند، آنگاه با افزایش در رشد پول مقدار مصرف افزایش می‌یابد و فراغت کاهش می‌یابد. کاهش فراغت به معنای افزایش عرضه نیروی کار است و با افزایش عرضه نیروی کار، موجودی سرمایه افزایش می‌یابد. اگر رابطه منفی بین پول و مصرف وجود داشته باشد، آنگاه با افزایش در رشد پول، مصرف کاهش و فراغت افزایش می‌یابد. در نتیجه باعث کاهش عرضه نیروی کار و نهایتاً کاهش موجودی سرمایه می‌شود. به هر حال به عقیده پژوهش‌گران، پول در چنین شرایطی خنثی نیست.

کوریا و تلس<sup>۸</sup> (۱۹۹۶) به ارائه قانونی برای مالیات تورمی بهینه با استفاده از الگوی تعادل عمومی پرداخته‌اند. آنها مقایسه‌ای را بین مالیات تورمی بهینه در محیط‌های اقتصادی متفاوت انجام داده‌اند و نهایتاً به این نتیجه رسیده‌اند که سیاست پیشنهادی فریدمن مبنی بر نرخ بهره اسمی صفر، بهترین گزینه ممکن است. نتیجه‌گیری اصلی آنها بیان‌گر این است که مالیات بهینه در الگوهای پولی نسبت به نتایج الگوهای مالیه عمومی ارائه شده در سایر شرایط اقتصادی، نتایج مستدل‌تری ارائه می‌کند. بنابراین، قانون فریدمن بیان می‌کند که مالیات تورمی صفر یک نتیجه عمومی برای ساختارهای اقتصاد پولی است که بر شالوده منطقی بنا نهاده شده است.

دی آلنکار و ناکانه<sup>۹</sup> (۲۰۰۳) در پژوهش خود که با موضوع مانده‌های واقعی پول در تابع مطلوبیت، مطالعه موردی برای اقتصاد برزیل انجام داده‌اند، مدل سیدراسکی را برای اقتصاد برزیل مورد آزمون قرار دادند که حضور پول در تابع مطلوبیت نسبت به عدم حضور آن نتایج بسیار واقع‌بینانه‌تری به دست داد. به عبارت دیگر استفاده از مدل سیدراسکی برای توصیف پیش‌بینی وضعیت اقتصاد یک کشور مورد تأیید قرار گرفت.

<sup>7</sup> Wang and Yip, 1992

<sup>8</sup> Correia and Teles, 1996

<sup>9</sup> De alencar and Nakane, 2003

هیر<sup>۱۰</sup> (۲۰۰۳) در پژوهش خود به منظور بررسی غیرابرخنثایی پول در صورتی که عوامل غیر یکنواخت باشند انجام گرفته است عوامل را از لحاظ بهره‌وری کار با یکدیگر متفاوت در نظر می‌گیرد و با لحاظ این پیش فرض مدل سیدراسکی را تجزیه و تحلیل می‌کند. وی پس از تنظیم مدل با این پیش فرض مدل را کالیبره می‌کند. نهایتاً نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که ابرخنثایی در شرایط عوامل غیریکنواخت برقرار نیست. با این وجود اثرات کمی به وجود آمده بسیار کم است. به این ترتیب که در حالت وجود عوامل غیریکنواخت با افزایش پول، ذخیره سرمایه و تولید به مقدار اندکی افزایش یافته و ذخایر نقد واقعی کاهش کمی را تجربه می‌کنند. اچاواریا<sup>۱۱</sup> (۲۰۰۵) در پژوهشی با عنوان با موضوع هزینه‌های سیاست‌های ضد تورمی در کشورهای کوچک، هدف‌گذاری تورمی در اقتصاد کلمبیا را مورد بررسی قرار داده است. وی با این سؤال آغاز می‌کند که آیا روند کاهشی تورم در کلمبیا توسط بانک مرکزی باید ادامه پیدا کند؟ پژوهش‌گر با به کارگیری یک مدل تعادل عمومی تصادفی پویا و کالیبره کردن و محاسبه هزینه‌ها و منافع هدف‌گذار بیلندمدت تورمی سعی در پاسخ‌گویی به این سؤال را دارد. وی به این نتیجه دست می‌یابد که کاهش تورم تا نرخ ۳٪ برای اقتصاد کلمبیا دستاورد رفاهی معادل ۴/۵۴٪ حجم سرمایه به دنبال دارد. تفاوت این پژوهش با سایر پژوهش‌ها در این است که قیمت‌ها چسبنده‌اند و محیط رقابت انحصاری بر پژوهش حاکم می‌باشد. در چنین شرایطی پژوهش‌گر نتیجه می‌گیرد که قیمت‌های کاملاً انعطاف پذیر به دستاورد رفاهی کمتری در اثر کاهش تورم منجر می‌شوند. همچنین در مقایسه با اقتصاد باز، کاهش تورم در یک اقتصاد بسته بسیار گران‌تر تمام می‌شود.

در پژوهش دیتمار و گارین<sup>۱۲</sup> (۲۰۰۵) با موضوع هدف‌گذاری تورم، هدف‌گذاری مسیر قیمت و عدم تعین، پژوهش‌گران با استفاده از مدل RBC و قاعده زمان خرید و با در نظر گرفتن وجود یک بانک مرکزی که از نرخ بهره برای هدف‌گذاری تورم یا مسیر قیمت استفاده می‌کند، به این نتیجه دست یافتند که عدم تعین ناشی از هدف‌گذاری تورمی می‌تواند با جای‌گزینی هدف‌گذاری مسیر قیمت به جای تورم از بین برود. اما از آنجایی که بانک‌های مرکزی معمولاً توانایی هدف‌گذاری مسیر قیمت را ندارند، نگارندگان این پژوهش توصیه می‌کنند که سیاست‌گذاران سیستمی را به کار بگیرند که بتواند همزمان با هدف‌گذاری تورم یک مسیر هدف را برای سطح قیمت نیز تخمین بزند.

<sup>10</sup> Heer, 2003

<sup>11</sup> Echavaria, 2005

<sup>12</sup> Dittmar and Garin, 2005

منصوریان و میچلیس<sup>۱۳</sup> (۲۰۰۶) طی یک پژوهش نظری با موضوع انتقال به نرخ تورم جدید در مدل‌هایی که عادت را در نظر می‌گیرند، با استفاده از وارد کردن متغیری به نام عادت در مدل سیدراسکی و حل مجدد آن، به این نتیجه دست یافتند که اگرچه در بلندمدت همچنان پول (و به تبع آن تورم) ابرخنثایی خود را حفظ می‌کند، اما مسیر پویای دست‌یابی به این نقطه بهینه با حضور عادت بسیار با اهمیت می‌شود. پژوهش‌گران عادت را جمع موزون سطوح گذشته مصرف کل (ذخیره واقعی پول و مصرف جاری) تعریف کرده، به این نتیجه رسیدند که با افزایش تورم، افراد برای حفظ سطح مصرف کل خود، پس‌انداز را کاهش داده، بنابراین از ذخیره سرمایه می‌کاهند. اگرچه در بلندمدت ذخیره سرمایه به سطح پایای خود بازمی‌گردد؛ اما کاهش آن در طول مسیر بهینه می‌تواند اثرات زیان‌باری به همراه داشته باشد.

ریس<sup>۱۴</sup> (۲۰۰۷) در پژوهشی پویایی‌های تعادل مدل عمومی سیدراسکی از رشد پولی نئوکلاسیکی را مورد بررسی قرار داده است. در این پژوهش که با موضوع تجزیه و تحلیل غیرخنثایی پول در مدل سیدراسکی انجام گرفته، سیاست پولی به عنوان انتخاب یک مسیر رشد پول تعریف می‌شود به گونه‌ای که نرخ بهره اسمی یک مسیر غیر منفی را طی کند. پژوهشگر در این پژوهش اثرات واقعی را برای پول مشخص می‌کند، نتیجه اصلی این تحقیق این است که تا زمانی که تقاضای پول نسبت به نرخ بهره واقعی با کشش است و پول بر مطلوبیت نهایی مصرف تأثیر می‌گذارد، یک سیاست نرخ بهره اسمی اگرچه خنثی است، اما در هر دو حالت پایا و غیر پایا ابرخنثی نیست. مکانیسم کلیدی این پژوهش که موجب غیر ابرخنثی بودن پول می‌گردد، این است که تغییر در نرخ رشد بهره اسمی موجب تغییر در تقاضای پول و به تبع آن مطلوبیت نهایی مصرف می‌گردد و بنابراین مسیر مصرف، انباشت سرمایه و محصول را تحت تأثیر قرار می‌دهد.

در تأیید پژوهش ریس (۲۰۰۷)، لیوی و پانست<sup>۱۵</sup> (۲۰۰۸) پژوهشی با موضوع غیرخنثایی پولی در مدل سیدراسکی تحت شرایط عدم قطعیت انجام دادند. هدف این پژوهش این است که اثبات کند که با ورود عدم قطعیت در اقتصاد، مدل سیدراسکی نمی‌تواند ابرخنثی بودن پول را تأیید کند. نتیجه اصلی این پژوهش این است که چه شرایط پایا باشد و چه غیر پایا و همچنین چه تابع مطلوبیت قابل تفکیک باشد و چه غیر قابل تفکیک، پول ابرخنثی نیست.

<sup>13</sup> Mansoorian and Michelis, 2006

<sup>14</sup> Reis, 2007

<sup>15</sup> Lioui and Poncet, 2008

دلیل این امر به تأثیر نرخ بهره واقعی بر بازتخصیص ثروت بین سرمایه و ذخیره واقعی پول باز می‌گردد؛ چراکه قیمت بازار ریسک محصول در طول اجرای سیاست پولی تغییر می‌کند. در پژوهشی که با موضوع تورم بهینه برای اقتصاد ژاپن در سال ۲۰۰۸ توسط هیتوشی و همکارانش<sup>۱۶</sup> انجام شد، پژوهشگران با استفاده از یک مدل تعادل عمومی پویای تصادفی (DSGE)<sup>۱۷</sup> تأثیرات تورم از لحاظ هزینه‌ها و فایده‌ها بر رفاه اجتماعی را مورد بررسی قرار دادند. در این پژوهش نرخ‌های تورم متفاوتی به صورت سناریوهای مختلف مورد بررسی قرار گرفت و نرخ بهینه تورم استخراج شد. همچنین دامنه تورم بهینه زمانی که پیش‌فرض‌های مدل تغییر می‌کنند، به دست آمد. نهایتاً نرخ بهینه تورم در حالت‌های مختلف این مدل حدود ۰/۵ تا ۲ درصد برآورد شد، که بسته به فروض و پارامترها این دامنه متغیر است.

جعفری صمیمی و تقی نژاد (۱۳۸۳)، در مقاله‌ای با موضوع هزینه رفاهی تورم از دیدگاه لوکاس و بسط آن، بخش بانک را در تحلیل هزینه رفاهی تورم لوکاس وارد کرده‌اند. نتایج این مقاله بیان‌گر این است که تورم از دو کانال می‌تواند زیان رفاه بر اقتصاد تحمیل کند: اول اینکه در شرایط تورمی خانوارها برای ایمن ماندن از اثرات تورم، دارایی پولی بدون بهره کمتری نگهداری می‌کنند و در نتیجه کمتر از خدمات دارایی پولی در امر تسهیل معاملات بهره‌مند می‌شوند. به عبارت دیگر، تورم موجب می‌شود که خانوارها منابع بیشتری را به زمان معاملاتی و منابع کمتری را جهت تولید کالای مصرفی اختصاص می‌دهند. دوم اینکه، تورم موجب می‌شود به منظور صرفه‌جویی در زمان معاملات، تقاضا برای خدمات بانکی افزایش یافته و به همین دلیل منابع کمیاب از بخش تولید کالایی به بخش بانک منتقل می‌شود که نوعی زیان اجتماعی است. زیرا اگر تورمی وجود نمی‌داشت، این منابع به طور مستقیم در افزایش تولید به کار می‌رفت.

جعفری صمیمی و تقی نژاد (۱۳۸۳) در مقاله‌ای دیگر با موضوع مطالعه تجربی رابطه بین رفاه و تورم برای اقتصاد ایران، هزینه رفاهی تورم را در چارچوب الگوی زمان خرید مکالم و گودفریند با استفاده از داده‌های اقتصاد ایران اندازه‌گیری کرده‌اند. نتایج بیان‌گر این است که علاوه بر اینکه در شرایط تورمی خانوارها برای ایمن ماندن از اثرات تورم، دارایی پولی بدون بهره کمتری نگهداری می‌کنند و در نتیجه کمتر از خدمات دارایی پولی در امر تسهیل معاملات بهره‌مند می‌شوند، بلکه باعث می‌شود در اثر تورم، نرخ حق‌الضرب نظام بانکی یعنی اختلاف بین نرخ بهره روی وام و نرخ سود سپرده بانکی را افزایش دهد و در بازار پول درونی اختلال ایجاد

<sup>۱۶</sup> Hitoshi *et al.* 2008

<sup>۱۷</sup> Dynamic Stochastic General Equilibrium



شود. همچنین نتایج تجربی آنها بیان‌گر این است که هزینه رفاهی به‌وجود آمده از یک نرخ تورم ۱۰ درصدی، در صورتی که تابع تقاضای پول لگاریتمی و نیمه لگاریتمی باشد، به ترتیب معادل ۷/۶ و ۶/۶ درصد تولید ناخالص داخلی است.

بختیاری و صمدپور (۱۳۹۰) در مقاله‌ای موضوع برآورد هزینه‌های رفاهی در اقتصاد ایران، با به‌کارگیری روش بیلی (۱۹۵۶)، هزینه‌های رفاهی تورم را در یک الگوی تعادل جزئی در دوره ۱۳۸۶-۱۳۳۸ برای ایران محاسبه کرده‌اند. نتایج این تحقیق بیان‌گر این است که اگر نرخ تورم از ۳ درصد به ۱۵ درصد افزایش یابد، هزینه‌های رفاهی تورم در مدل لگاریتمی از ۰/۱۴ درصد به ۱/۷ درصد تولید ناخالص داخلی و در مدل نیمه لگاریتمی از ۰/۱۲ درصد به ۲/۳ درصد تولید ناخالص داخلی افزایش خواهد یافت.

زائری و ندری (۱۳۹۲) در مقاله‌ای با موضوع محاسبه هزینه رفاهی تورم برای اقتصاد ایران، با استفاده از الگوی تعادل جزئی بیلی، به برآورد هزینه‌های رفاهی تورم در دوره ۱۳۸۷-۱۳۶۹ پرداخته‌اند. نتایج بیان‌گر این است که متوسط هزینه رفاهی تورم و نرخ بهره اسمی نسبت به تولید ناخالص داخلی در سال‌های مورد بررسی در دو حالت لگاریتمی و نیمه لگاریتمی برابر ۳/۵۴ و ۱/۴۲ برآورد شده‌است.

همانطور که مشاهده شد، تلاش بر این بود که گستره وسیعی از پژوهش‌های انجام شده در مورد مدل سیدراسکی و نرخ تورم بهینه بررسی شود. هر کدام از پژوهش‌های ذکر شده از دیدگاهی به موضوع نگرینسته بودند، اما اثر بانک‌ها به عنوان یکی از اثرگذارترین نهادهای حوزه پولی، نادیده انگاشته شده است. در این پژوهش سعی بر آن است تا با تأکید بر سیستم بانکی، مدل سیدراسکی و نرخ تورم بهینه مورد بررسی قرار گیرد.

### ۳- مبانی نظری، روش و مدل

روش این پژوهش توصیفی-تحلیلی است. به ترتیبی که ابتدا، مدل سیدراسکی از منابع مختلف مورد مطالعه قرار گرفته و مدلی که مناسب پژوهش پیش‌رو تشخیص داده شده، انتخاب و مورد استفاده قرار گرفته است. پس از تبیین دقیق مدل و اثبات ریاضی تعادل عمومی و وضعیت پایا در مدل، داده‌های مورد نیاز به روش کتابخانه‌ای و از دو طریق گردآوری شده‌اند: اول داده‌های بانک مرکزی و مرکز آمار ایران؛ دوم پژوهش‌های پیشین که اعتبار تخمین آنها از داده‌های مورد نیاز، مورد تأیید باشد. پس از گردآوری داده‌ها، نوبت به کالیبراسیون مدل می‌رسد. در این مرحله مدل ریاضی به دست آمده که به صورت پارامتریک است، مقداردهی شده و حل می‌شود. در این مرحله ابتدا مقادیر بهینه (از جمله نرخ تورم بهینه) استخراج شده و تابع رفاه بر اساس این

مقادیر اندازه‌گیری شده است. سپس مسیر بهینه حرکت به سمت نقطه بهینه استخراج شده، که همان بازوی پایدار مدل می‌باشد، به صورت معادله یک خط در فضای سه‌بعدی به دست آمده است. سپس مقادیر اولیه مورد نیاز برای قرار گرفتن بر روی این بازوی پایدار برآورد شده‌اند. در نهایت با تغییر پارامترهای مورد نظر و مشاهده تغییرات ایجاد شده در نتایج پژوهش دو نوع توصیه سیاستی پیشنهاد شده است: اول، توصیه‌های سیاستی مربوط به چگونگی قرار گرفتن روی بازوی پایدار، دوم، توصیه‌های سیاستی چگونگی افزایش رفاه اجتماعی در نقطه بهینه یا به عبارت دیگر چگونگی ارتقاء مقادیر بهینه مدل.

در مدل سیدراسکی قیمت‌ها و دستمزدها کاملاً انعطاف‌پذیر و بازارها رقابتی‌اند. در این مدل سه عامل خانوار، بنگاه و بانک مرکزی تثبیت‌کننده وجود دارند. اگرچه در این مدل بانک‌های تجاری نادیده گرفته شده‌اند، یعنی پول فقط به صورت پایه پولی وجود دارد، در پژوهش پیش‌رو سعی بر این است که با در نظر گرفتن نرخ ذخیره قانونی، پول به هر دو شکل پایه‌پولی و اعتبار ناشی از خلق پول توسط بانک‌های تجاری وجود داشته باشد. تکنولوژی ثابت و هزینه تعدیل سرمایه وجود ندارد و زمان پیوسته است.

در این مدل مانند مدل رمزی یک تعداد ثابت خانوار به صورت سلسله‌ای در نظر گرفته می‌شود که همه یکسان‌اند. مدلی که رمزی در جهت حل مسئله مقدار بهینه پس‌انداز طراحی کرد، یک مسئله بهینه‌یابی پویا با یک تابع هدف بین زمانی و قید پویایی انباشت سرمایه بود. وی اثبات کرد که هرچه نرخ رجحان زمانی بالاتر باشد، سطح پس‌انداز کمتر شده و در بلند مدت مصرف کاهش می‌یابد (رمزی، ۱۹۲۸<sup>۱۸</sup>). هر خانوار  $L_t$  عضو در زمان  $t$  دارد که با نرخ رشد ثابت  $n \geq 0$  رشد می‌کند. هر عضو خانواده یک واحد نیروی کار عرضه می‌کند. برای ساده‌سازی تعداد خانوارها به ۱ نرمالیزه می‌شود و بنابراین  $L_t$  هم عرضه نیروی کار را اندازه‌گیری می‌کند. مصرف کل خانوار  $C_t$  و ذخیره پولی  $M_t$  می‌باشد. بنابراین سرانه  $c_t = \frac{C_t}{P_t}$ ،  $m_t = \frac{M_t}{P_t L_t}$  که  $P_t$  سطح عمومی قیمت‌ها بر حسب پول رایج تعدیل‌کننده GDP است.

تابع مطلوبیت خانوار،  $U_m < 0$ ،  $U_{mm} < 0$ ،  $U_c > 0$ ،  $U_m > 0$ ،  $U_c > 0$  و  $U(C_t, M_t)$  یعنی مطلوبیت جاری در زمان  $t$  همبستگی مثبت با مصرف سرانه،  $C_t$ ، و ذخیره پول سرانه،  $m_t$  دارد. میل مردم به داشتن نقدینگی واقعی از تلاش آنها برای کاهش هزینه‌های معاملات ناشی می‌شود. لازم به ذکر است که خدمات نقدینگی پول به قدرت خرید پول بستگی دارد. به

همین دلیل در تابع مطلوبیت  $\frac{M_t}{P_t L_t}$  لحاظ می‌شود نه  $M_t / L_t$  (Groth, 2011).

<sup>18</sup> Ramsey, 1928

خانوار مایل به حداکثر کردن تابع مطلوبیت تنزیل شده خود می‌باشد یعنی  $\int_0^{\infty} u(c_t, m_t) L_t e^{-\rho t} dt$ . جایی که  $\rho$  نرخ ترجیح زمانی است. برای ساده‌سازی ما روی یک نمونه تابع مطلوبیت تمرکز می‌کنیم:

$$u(c_t, m_t) = \frac{c_t^{1-\theta}-1}{1-\theta} + \alpha \frac{m_t^{1-\varepsilon}-1}{1-\varepsilon} \quad (1)$$

جایی که  $\theta$  و  $\varepsilon$  و  $\alpha$  پارامترهای مثبتی هستند. یعنی سهم مطلوبیت مصرف و ذخیره پول به ترتیب از طریق قابل تفکیکی در شکل دو تابع CRRA با کشش مطلوبیت نهایی  $\theta$  و  $\varepsilon$  وارد می‌شود.

$\theta$  و  $\varepsilon$  بزرگ‌تر به ترتیب موجب میل بیشتر به مصرف و ذخیره پول ملایم‌تر در هر زمان می‌شود. پارامتر  $\alpha$  وزن ذخیره پول را در قیاس با مصرف بیان می‌کند. بنابراین تابع مطلوبیت خانوار از زمان صفر تا بی‌نهایت را می‌توان این‌گونه نوشت.

$$U_0 = \int_0^{\infty} \left( \frac{c_t^{1-\theta}-1}{1-\theta} + \alpha \frac{m_t^{1-\varepsilon}-1}{1-\varepsilon} \right) e^{-(\rho-n)t} dt \quad (2)$$

جایی که فرض شده که خانوار نماینده در دوره صفر یک نفر عضو داشته است. چون  $L_t = L_0 e^{nt}$  در نتیجه با این فرض اختلالی در فرمول ما ایجاد نمی‌شود. به منظور سهولت در همگرایی انتگرال مطلوبیت برای  $t \rightarrow \infty$  ما فرض می‌کنیم که نرخ تنزیل مؤثر  $(\rho-n)$  مثبت است. یعنی نرخ رجحان زمانی بیش از نرخ رشد جمعیت می‌باشد.

همچنین فرض کنید که  $A_t$  نشان‌دهنده ثروت مالی و  $V_t$  نمایان‌گر ثروت مالی متحمل بهره باشد. به گونه‌ای که

$$V_t = A_t - \frac{M_t}{P_t} \quad (3)$$

فرض کنید که افزایش در ثروت مالی خانواده در هر واحد زمان عبارت است از:

$$\dot{A}_t = r_t A_t - \frac{\dot{M}_t}{P_t} - \pi_t \frac{M_t}{P_t} + W_t L_t + X_t L_t C_t \quad (4)$$

در اینجا  $r_t$  نرخ بهره واقعی،  $\pi_t \equiv \frac{\dot{P}_t}{P_t}$  نرخ تورم،  $W_t$  دستمزد واقعی و  $X_t$  پرداخت‌های انتقالی از دولت می‌باشد. پرداخت‌های انتقالی به وسیله انتشار پول انجام می‌شود و مالیات وجود ندارد. با در نظر گرفتن (۴) به عنوان یک رابطه حسابداری تحقق یافته،  $r_t$  به عنوان نرخ بهره واقعی تحقق یافته  $\dot{A}_t - \pi_t A_t$  که  $\dot{A}_t$  نرخ بهره اسمی است، تفسیر می‌شود (Groth, 2011).

نبود عدم قطعیت تاکید می کند که همه دارایی های متحمل بهره، نرخ بازدهی برابر دارند. به عبارت دیگر هیچ کس دارایی با بازدهی کمتر را نگهداری نمی کند. با این وجود پول نوع متفاوتی از دارایی است. به خاطر مالکیت به خدمات نقدینگی که پول ایجاد می کند، نرخ بازدهی کمتری از سایر دارایی های مالی خواهد داشت. در واقع، نرخ بازده روی نگهداری پول بر اساس تعریف  $\pi_t = -\dot{p}_t / p_t = -\dot{p}_t^{-2} p_t / 1 p_t = -\dot{p}_t / p_t = -\pi_t$  است که در صورتی که تورم مثبت باشد، منفی خواهد بود.

حال، اتحاد بودجه پویا بیان می کند که پس انداز (افزایش در ثروت مالی در واحد زمان) برابر است با درآمد منهای مصرف. درآمد از درآمد سرمایه، درآمد کار  $W_t L_t$  و پرداخت های انتقالی تشکیل می شود. درآمد سرمایه بازده ثروت مالی است که متشکل از دو جزء است: اول، بازده ثروت مالی متحمل بهره  $r_t A_t - \dot{M}_t / p_t$  و دوم، بازده روی قسمت نقد ثروت مالی  $-\pi_t \frac{M_t}{p_t}$  که معمولاً منفی است. به بیان دیگر  $\pi_t \frac{M_t}{p_t}$  زیان سرمایه بوسیله نگهداری قسمتی از ثروت به صورت نقد است و به همین سبب به شکل استهلاک ارزش واقعی این قسمت از ثروت بروز می کند.

با وارد کردن  $L_t m_t \equiv \frac{M_t}{p_t}$  معادله (۴) شکل زیر را به خود می گیرد.

$$A_t = r_t A_t - L_t M_t - \pi_t L_t M_t + W_t L_t + X_t - L_t C_t \quad (5)$$

برای اینکه یک قید بودجه کامل برای محدود کردن توانایی های مصرف داشته باشیم، اتحاد پویای ما نیاز به یک بدهی از نوع بازی غیر پونزی (NPG) دارد تا تکمیل شود. این قید عبارت است از:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V_t e^{-\int_0^t r_s ds} \geq 0 \quad (6)$$

<sup>۱۹</sup>NPG اشاره به محدود بودن افق زمانی بدهی ها و بازپرداخت تعهد شده آن ها دارد. این قید تأکید می کند که در بلند مدت خانوار می تواند حداکثر یک بدهی مثبت خالص،  $-V$  که با نرخ کمی کمتر از نرخ بهره رشد می کند داشته باشد.

مسئله بهینه یابی خانوار به این شکل است: انتخاب یک طرح  $C_t, M_t$  از  $t=0$  به گونه ای که حداکثر  $U_0$  با توجه به قیود (۵) و (۶) و با استفاده از  $V_t = A_t - M_t L_t$  به دست آمده باشد.

از روش زیر قیود را به صورت مقادیر سرانه تبدیل می کنیم. با تعریف  $a_t \equiv \frac{A_t}{L_t}$

<sup>19</sup> No-Ponzi Game

با وارد کردن این مقدار جدید به (۵) و همزمان با در نظر گرفتن  $n_t = \frac{X_t}{L_t}$  داریم:

$$a_t = r_t - n a_t - r_t + \pi_t M_t + W_t + n_t - C_t \quad (7)$$

که  $r_t + \pi_t$  نشان‌گر هزینه فرصت جایگزینی پول به جای دارایی‌های متحمل بهره است. شرایط غیرپونزی هم با وارد کردن  $V_t \equiv V_t L_t = a_t - M_t L_0 e^{nt}$  به شکل  $\lim_{t \rightarrow \infty} a_t - M_t e^{-\int_0^t r_s - n ds} \geq 0$  تغییر می‌کند.

### ۳-۱- حل مسأله

در مدل پژوهش پیش‌رو متغیرهای کنترل، مصرف  $C$  و ذخیره پول  $m$  هستند در حالی که ثروت مالی  $a$  متغیر وضعیت است. دلیل اینکه  $m$  متغیر کنترل است و نه متغیر وضعیت این است که  $m$  صرفاً انتخاب سبد دارایی را بازتاب می‌دهد.

به منظور حل مسأله از روش حداکثرسازی پونتری‌گین که یک روش بهینه‌یابی بر پایه استفاده از تابع همیلتونی است استفاده می‌کنیم. اصل حداکثرسازی یا حداکثرسازی پونتری‌گین در نظریه کنترل بهینه برای یافتن بهترین کنترل ممکن به منظور داشتن یک سیستم پویا از وضعیتی به وضعیت دیگر علی‌الخصوص در حضور قیدی برای متغیرهای کنترل یا وضعیت استفاده می‌شود. این روش یک مورد خاص از معادله اولر در حساب تغییرات است. (Shone, 2004) تابع همیلتونی ارزش جاری عبارت است از:

$$H(a, c, m, \lambda, t) = \frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} + \alpha \frac{m^{1-\varepsilon} - 1}{1-\varepsilon} + \lambda (r - n a - r + \pi m + w + n - c)$$

جایی که  $\lambda_t$  متغیر الحاقی به کار گرفته شده در ارتباط با ثروت مالی سرانه است. به‌وسیله اصل حداکثرسازی، راه‌حل بهینه داخلی شرایط مرحله اول زیر را بدست

می‌دهد:

$$\frac{\delta H}{\delta c} = c^{-\theta} - \lambda = 0 \Rightarrow c^{-\theta} = \lambda \quad (8)$$

$$\frac{\delta H}{\delta m} = \alpha m^{-\varepsilon} - \lambda r + \pi = 0 \Rightarrow \alpha m^{-\varepsilon} = \lambda r + \pi \quad (9)$$

$$\frac{\delta H}{\delta a} = \lambda r - n = \rho - n \lambda - \dot{\lambda} \Rightarrow -\dot{\lambda} \lambda = r - \rho \quad (10)$$

همچنین شرط تراگردی<sup>۲۰</sup>  $\lim_{t \rightarrow \infty} a_t \lambda_t e^{-\rho-n} t = 0$  (TVC) جهت بهینه یابی ضروری است. متغیر الحاقی  $\lambda_t$  می تواند به عنوان قیمت سایه ثروت مالی سرانه در طول مسیر بهینه اندازه گیری شود.

نرخ نهایی جانشینی مصرف برای ذخیره پول با توجه (۸) و (۹) عبارت است از:

$$MRS_{c,m} \equiv - \frac{dc}{dm} = \frac{u_m c,m}{u_c c,m} = \frac{\alpha m^{-\varepsilon}}{c^{-\theta}} = r + \pi = i = \frac{iP}{P} \quad (11)$$

در سمت راست آخرین معادله نسبت قیمت دو کالا را داریم. نرخ بهره اسمی ضریب  $P$  هزینه فرصت در واحد زمان نگاهداری  $P$  واحد از پول (اسمی) است. بنابراین  $iP$  قیمت خدمات نقدینگی ارائه شده به وسیله ذخیره نقد به مقدار  $P$  در واحد زمان را نشان می دهد. از (۱۱) ما به تابع تقاضای پول (بر اساس سطح مصرف) دست می یابیم:

$$m = \alpha^{\frac{1}{\varepsilon}} c^{\theta} \varepsilon i^{-1} \varepsilon \equiv m^d c, i \quad (12)$$

دو مشخصه باید مورد تأکید باشد. اول تقاضای پول واقعی سرانه به نظر می رسد یک تابع افزایشی  $C$  باشد. در واقع  $C$  می تواند به عنوان یک نشان گر حجم مبادلات درک شود.  $C$  با کششی برابر  $\theta$   $\varepsilon$  وارد تابع تقاضا می شود. دوم تقاضای پول یک تابع کاهش یافته از نرخ بهره است،  $\bar{m}$  و با کشش مطلق  $\varepsilon$   $^1$  می باشد. با مشتق گرفتن با توجه به  $C$  از (۸) و ورود (۱۰) داریم:

$$\frac{\dot{C}_t}{C_t} = \frac{1}{\theta} r_t - \rho \quad (13)$$

از سوی دیگر شرکت نماینده، یک تابع نئوکلاسیک تولید  $Y_t = F(K_t^d, L_t^d)$  با بازده ثابت نسبت به مقیاس دارد. در مقدار دهی این تابع یک تابع از نوع کاب-داگلاس در نظر گرفته شده است. در اینجا  $Y_t$ ،  $K_t^d$  و  $L_t^d$  به ترتیب نشان دهنده محصول، ورودی سرمایه و ورودی نیروی کار می باشند. به منظور ساده سازی پیشرفت تکنولوژیکی و به تبع آن هزینه های تعدیل سرمایه نادیده گرفته شده اند.

به خاطر بازدهی ثابت نسبت به مقیاس داریم:

$$Y = F(K^d, L^d) = L^d F(K^d, 1) \equiv L^d f(K^d) \quad (14)$$

در جایی که  $K^d \equiv K^d$   $L^d$  و  $f'' < 0, f' > 0$ .

حداکثرسازی سود تحت شرایط رقابت کامل تأکید می کند که:

<sup>۲۰</sup> Transversality Condition

$$F_K K^d, L^d = f' K^d = r + \delta \quad (15)$$

جایی که  $\delta > 0$ ، نرخ استهلاک سرمایه است و همچنین

$$F_L K^d, L^d = f K^d - K^d f' K^d = W \quad (16)$$

همچنین یک بانک مرکزی متمرکز وجود دارد که پرداخت‌های انتقالی به هر خانوار را انجام می‌دهد. پرداخت واقعی به ازای هر خانواده در هر واحد زمان  $X_t$  است. چون تعداد خانوارها به ۱ نرمالیزه شده است هزینه‌های اسمی کل حکومت برای پرداخت‌ها،  $P_t X_t$  در واحد زمان است. مالیات و بدهی عمومی وجود ندارد. بنابراین کسری بودجه برابر است با هزینه حکومت  $P_t X_t$  این کسری بودجه کاملاً توسط چاپ پول بانک مرکزی تامین می‌شود یعنی به‌وسیله انبساط در عرضه پول.

در مدل اصلی سیدراسکی (۱۹۶۷) بانک‌داری خصوصی وجود ندارد بنابراین ضریب پول ۱ است. اما در این پژوهش نرخ ذخیره قانونی ( $\sigma$ ) به عنوان نماد حضور بانک‌داری خصوصی در نظر گرفته می‌شود که با توجه به اثر با اهمیتی که بر انتشار و تکثیر پول در جامعه دارد کمبود آن در مدل اصلی احساس می‌شود. بنابراین در تعادل، تقاضای پول خانواده که ما تا کنون آن را با  $M_t$  شناخته‌ایم، برابر است با پایه پولی ضربدر معکوس نرخ ذخیره قانونی که به شکل یک ضریب تکثیر برای پایه پولی عمل می‌کند. این میزان در تعادل با عرضه پول نیز برابر است. در واقع نرخ ذخیره قانونی آن نرخی است که در آن بانک‌های خصوصی یا تجاری، اقدام به خلق پول می‌کنند و طبق تعریف برابر است با درصدی از سپرده‌ها که بانک‌های خصوصی نزد بانک مرکزی به امانت می‌گذارند. برطبق ادبیات اقتصادی این نرخ محدودکننده خلق پول توسط بانک‌های خصوصی است و در صورت نبود این نرخ بانک‌های خصوصی تا بی‌نهایت اقدام به افزایش پایه پولی می‌کنند. از آنجا که برای هر مرحله از خلق پول، بانک‌های خصوصی به اندازه سپرده‌های خود ضربدر نرخ ذخیره قانونی را ناچارند نزد بانک مرکزی بگذارند، مقدار کل پول خلق شده برابر است با یک تصاعد میرا با ضریب  $(1/\sigma)$ . به عبارت دیگر افزایش در پول موجود در جامعه برابر است با  $(\mu/\sigma)$  (بخشی دست‌جردی و دلالی اصفهانی، ۱۳۹۰)

ما فرض می‌کنیم که بانک مرکزی یک نرخ رشد ثابت،  $\mu$ ، را در عرضه پول حفظ می‌کند

که این نرخ رشد به‌وسیله بانک‌های خصوصی افزایش می‌یابد. یعنی

$$\frac{M_t}{M_t} = \frac{\mu}{\sigma} \quad (17)$$

و این تأکید می‌کند که:  $M_t = M_0 e^{\frac{\mu}{\sigma} t}$  بنابراین پرداخت انتقالی بابت هر فرد  $x_t = \frac{X_t}{L_t}$  به‌علاوه خلق پول ( $x'$ ) به‌وسیله تعریف زیر درون‌زاست:

$$x_t + x' = \frac{M_t P_t}{L_t} = \frac{M_t}{M_t P_t L_t} = \frac{\mu}{\sigma} M_t \quad (18)$$

### ۳-۲- تعادل عمومی

به تعادل رسیدن بازارها ایجاب می‌کند که  $K^d = K$  (یعنی عرضه سرمایه واقعی) و  $L^d = L$  (عرضه کار) باشند که در این حالت هم تعداد شرکت‌ها و هم تعداد خانوارها را به ۱ نرمالیزه شده‌اند. در هر زمان  $K_t^d = K_t$  به‌وسیله جایگزینی در دو شرط حداکثر کردن سود که قبلاً گفته شد، نرخ بهره و دستمزد واقعی تعادلی در زمان  $t$  به دست می‌آید:

$$r_t = f' K_t - \delta \quad (19)$$

$$w_t = f K_t - K_t f' K_t \quad (20)$$

که  $K_t$  از قبل مشخص شده است.

باید توجه نمود که شرایط تراگردی (TVC) بر دو شرط کلی جداگانه تأکید می‌کند:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} k_t c_t^{-\theta} e^{-\rho - n t} = 0 \quad (21)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} m_t c_t^{-\theta} e^{-\rho - n t} = 0 \quad (22)$$

چون هم  $k$  و هم  $m$  طبق تعریف غیر منفی هستند.

از طرف دیگر برای تعریف کردن تکامل در طول زمان، معادلات دیفرانسیل اصلی مدل

را به دست می‌آوریم. از  $m_t \equiv \frac{M_t}{P_t L_t}$  داریم:

$$\dot{m}_t = \frac{\mu}{\sigma} - \pi_t - n m_t \quad (23)$$

از  $K_t \equiv \frac{K_t}{L_t}$  داریم:  $\dot{K}_t = \frac{L_t K_t - K_t L_t}{L_t^2}$  با وارد کردن  $K_t = Y_t - c_t L_t^{-\delta K_t}$  خواهیم داشت:

$$\dot{K}_t = f K_t - c_t - \delta + n K_t \quad (24)$$

با وارد کردن (۱۹) و (۱۳) داریم:

$$\dot{C}_t = 1 - \theta f' K_t - \delta - \rho C_t \quad (25)$$

با توجه به (۱۱) و (۱۹) داریم:

$$\pi_t = \alpha m^{-\varepsilon} c^\theta - r = \alpha m^{-\varepsilon} c^\theta - f' K + \delta \quad (26)$$



بنابراین  $\pi_t$  تابعی از  $m_t$ ،  $c_t$  و  $k_t$  است. در نتیجه با جای‌گذاری (۲۶) در (۲۳) سه معادله (۲۳)، (۲۴) و (۲۵) سه معادله دیفرانسیل یا حرکت برای  $m$ ،  $k$ ،  $c$  را می‌سازند. می‌توان نشان داد که سیستم پویای سه بعدی (۲۳)، (۲۴) و (۲۵) با  $m$  و  $c$  به عنوان متغیرهای تکانه<sup>۲۱</sup> و  $k$  به عنوان متغیر از پیش تعریف شده، دارای یک نقطه زین آسبی است. بنابراین یک راه حل واحد همگرا به پایایی برای  $t \rightarrow \infty$  وجود دارد.

به منظور بررسی وضعیت پایا می‌بایست  $m' = k' = c' = 0$  باشد. به‌وسیله جای‌گذاری در (۲۳)، (۲۴) و (۲۵) مقادیر پایه را به شرح زیر به دست می‌آوریم:

$$\pi^* = \frac{\mu}{\sigma} - n \quad (۲۷)$$

$$r^* = f'(k^*) - \delta = \rho \quad (۲۸)$$

$$k^* = f'^{-1}(\delta + \rho) \quad (۲۹)$$

$$c^* = f(k^*) - \delta - n k^* \quad (۳۰)$$

نرخ تورم بلندمدت به‌وسیله مازاد نرخ رشد عرضه پول بر نرخ رشد جمعیت که همچنین نرخ رشد محصول در بلندمدت نیز هست، تعریف می‌شود. این مسئله همان‌گونه است که انتظار می‌رفت. حجم مبادلات با نرخ  $\pi$  رشد می‌کند و هر اندازه که عرضه پول مازاد بر رشد تولید افزایش یابد، به همان اندازه تورم ایجاد می‌شود. سرمایه‌گذاری و مصرف سرانه در بلندمدت به نظر می‌رسد که به نرخ رجحان زمانی  $\rho$  بستگی دارند. ناشکیبایی بیشتر طبیعتاً به انباشت سرمایه کمتر و  $r^*$  بالاتر و  $k^*$  کمتر منجر می‌شود. نتیجه این امر  $c^*$  کمتر است.

مقدار پایای  $m$  از وارد کردن  $c^*$  و  $\pi^* = r^* + \frac{\mu}{\sigma} - n$  در (۱۲)

بدست می‌آید:

$$m^* = \alpha^{-1} \varepsilon c^{*\theta} \varepsilon \left( \rho + \frac{\mu}{\sigma} - n \right)^{-1} \varepsilon \quad (۳۱)$$

اولاً می‌بینیم که  $\rho$  بالاتر منجر به  $m^*$  کمتر می‌شود. قسمتی از این مسأله به خاطر افزایش نرخ بهره اسمی و قسمت دیگر به خاطر کمتر شدن  $c^*$  است. ثانیاً مشاهده می‌کنیم که نتیجه مهم این است که نرخ رشد پولی بالاتر،  $\frac{\mu}{\sigma}$  منجر به  $m^*$  کمتر می‌شود. یعنی افزایش عرضه پول اسمی موجب کاهش ذخایر نقد واقعی مردم می‌گردد. این به خاطر نرخ بهره اسمی بالاتر (بنابراین هزینه فرصت نگهداری پول بالاتر) هماهنگ با تورم بالاتر است که منجر به

<sup>۲۱</sup> Jump Variable

تقاضای کمتر پول واقعی می‌گردد. در طرف عرضه این مسئله بر کاهش قدرت خرید ذخیره پول منطبق است.

در قالب مدل سیدراسکی در پژوهش حاضر، بانک مرکزی نرخ رشد عرضه پول را، به وسیله  $\mu$  کنترل می‌کند. اما وجود بانک‌های خصوصی در مدل، این قدرت کنترل بر عرضه پول را به خود انتقال می‌دهد. به دلیل ابرخشی بودن پول در مدل سیدراسکی تغییر در  $\sigma^{\mu}$  همانطور که گفته شد اثری بر  $c^*$  و  $k^*$  ندارد، اما ذخیره پول واقعی  $m^*$  را در خلاف جهت تغییر می‌دهد. بنابراین رشد کمتر در عرضه پول اسمی با مقدار واقعی بیشتری از عرضه پول به تعادل می‌رسد. اما ماکزیمم در حالت پایا با نزدیک شدن  $\sigma^{\mu}$  به منفی نرخ مؤثر ترجیح زمانی،  $\rho - n$ ، به دست می‌آید (البته  $\sigma^{\mu}$  کمی بیشتر از  $\rho - n$  است چون در حالت برابری کامل پایایی اتفاق نمی‌افتد). این مسأله قانون فریدمن مبنی بر صفر بودن هزینه نگهداری پول، را تأمین می‌کند. این بدین معنی است که به وسیله این سیاست پولی مطلوبیت نهایی  $m$  تقریباً برابر صفر می‌گردد، چرا که  $\mu$  بسیار بزرگ می‌شود.

به وسیله انتخاب  $\frac{\mu}{\sigma}$  بسیار نزدیک به نرخ مؤثر رجحان زمانی، تابع مطلوبیت بسیار به ماکزیمم مورد نظر نزدیک می‌شود. در چنین حالتی مردم به وسیله نقدینگی، یا همان پول واقعی، اشباع می‌شوند. از آنجا که  $\rho - n > 0$  است،  $\frac{\mu}{\sigma}$  مورد نیاز منفی است، یعنی  $\frac{\mu}{\sigma} < 0$ . بنابراین عرضه پول اسمی در واقع باید کاهش یابد. در واقع سیاست‌گذاری بر اساس قاعده فریدمن در عمل به رکود منجر می‌شود. چسبندگی‌های قیمت اسمی برای عملکرد کوتاه مدت اقتصاد مخرب‌اند، اما مدل حاضر این چسبندگی‌ها را در نظر نمی‌گیرد. اما همانطور که پیشتر نیز گفته شد نتایج تئوریک حاصل از بسط این مدل بسیار حائز اهمیت‌اند.

#### ۴- کالیبراسیون مدل

مقادیر پارامترها با توجه به منابع مختلف داخلی و خارجی طبق جدول (۱) می‌باشد.

جدول ۱: مقادیر پارامترهای مختلف بر اساس منابع داخلی و خارجی

پارامتر	شرح	مقدار	منبع
$\sigma$	میانگین نرخ ذخیره قانونی	۰/۱۵	بانک مرکزی
$\delta$	نرخ استهلاک	۰/۰۴۲	امینی و نشاط (۱۳۸۴)
$n$	نرخ رشد جمعیت	۰/۰۱۲۹	مرکز آمار ایران
$\rho$	نرخ رجحان زمانی	۰/۰۲	رومر (۲۰۰۶)
$\alpha$	ضریب اهمیت ذخایر نقد به مصرف	۱	اغلب متون اقتصادی
$\theta$	معکوس جانشینی بین زمانی مصرف	۱/۵	حاجی خدزاده (۱۳۹۱)
$\varepsilon$	معکوس کشش ذخایر نقد	۲/۲۴	توکلیان (۱۳۹۱)

با جای گذاری مقادیر پارامترها در سه معادله (۲۳)، (۲۴) و (۲۵) داریم:

$$k' = f k - c - 0.042 + 0.0129 k$$

$$c' = 1.5 f' k - 0.042 - 0.02 c$$

$$m' = \mu^{1.015} m^{-2.42} c^{1.5} + f' k - 0.042 - 0.0129 m$$

همانطور که مشاهده می‌شود، به جای نرخ انتشار پول توسط دولت مقداری داده نشده‌است. چراکه این مقدار با توجه به سناریوهای مختلف، مقادیر متفاوتی اختیار می‌کند. همچنین با توجه به مقادیر سرمایه واقعی سرانه ۸۶/۵۷ میلیون ریال، مصرف واقعی سرانه ۱۱/۶۴ میلیون ریال و ذخایر نقد واقعی سرانه ۱۸/۲۲ میلیون ریال برای سال ۱۳۸۵ به عنوان نقطه شروع و شاخص پیشرفت تکنولوژیک ۰/۷ و سهم سرمایه ۰/۷۵ به عنوان پارامترهای تابع تولید، خروجی کلی نرم‌افزار به ترتیب جدول (۲) به دست آمده است.

جدول ۲: خروجی نرم‌افزار متلب پس از اجرای برنامه مربوط به مدل پژوهش

مقدار در سناریوی پنجم	مقدار در سناریوی چهارم	مقدار در سناریوی سوم	مقدار در سناریوی دوم	مقدار در سناریوی اول	متغیر یا پارامتر مورد نظر
۰/۲۵	۰/۱	۰	-۰/۰۰۱	-۰/۰۰۲	$\mu$
۱۴۲/۷۵۵۹	۱۴۲/۷۵۵۹	۱۴۲/۷۵۵۹	۱۴۲/۷۵۵۹	۱۴۲/۷۵۵۹	$c^*$
۵۱۴۱/۳	۵۱۴۱/۳	۵۱۴۱/۳	۵۱۴۱/۳	۵۱۴۱/۳	$k^*$
۲۲/۰۳	۳۳/۰۶	۲۵۲/۳۹	۸۷۹/۴۸	تعریف نشده	$m^*$
۰/۲	۰/۲	۰/۲	۰/۲	۰/۲	$r^*$
۱/۶۵۳۸	۰/۶۵۳۸	-۰/۰۱۲۹	-۰/۰۱۹۶	تعریف نشده	$\pi^*$
۳۴۱/۴۶	۳۴۲/۱۹	۳۴۳/۲۱	۳۴۳/۲۸	تعریف نشده	$U^*$
۱۲/۷۷	۱۹/۰۸	۸۶/۱۰	۸۵/۴۸	تعریف نشده	$m_0^*$
۵۳/۵۸۱۷	۵۳/۵۸۱۷	۵۳/۵۸۱۷	۵۳/۵۸۱۷	تعریف نشده	$c_0^*$

مأخذ: یافته‌های پژوهش‌گر

#### ۴-۱- سناریوی بهینه: $\mu = -۰/۰۰۱$

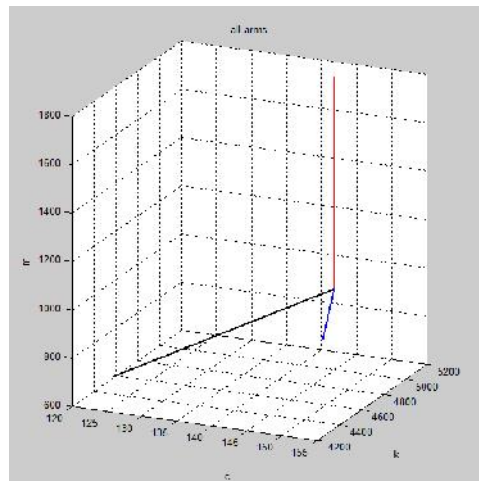
این مقدار از  $\mu$  که در این سناریو به کار گرفته شده است، بسیار نزدیک به نقطه بهینگی فریدمن و کمی بیشتر از آن می‌باشد. در این حالت همانطور که از خروجی نرم‌افزار قابل مشاهده است، نرخ تورم بهینه برابر با  $-۰/۰۱۹۶$  می‌باشد. این نرخ که بسیار نزدیک به منفی نرخ بهره واقعی است، بیان‌گر همان نقطه بهینه فریدمن می‌باشد. در این حالت نرخ بهره اسمی تقریباً برابر صفر می‌باشد و هزینه نهایی نگهداری هر واحد پول با منافع ناشی از نگهداری آن در مقدار صفر برابر می‌شود. این حالت تنها زمانی اتفاق می‌افتد که حجم پول در جامعه آنقدر زیاد باشد که منافع

نهایی آن برای افراد جامعه به صفر میل کند. این مطلب از داده مربوط به مقدار بهینه ذخایر نقد واقعی سرانه  $m^*$  قابل مشاهده است.

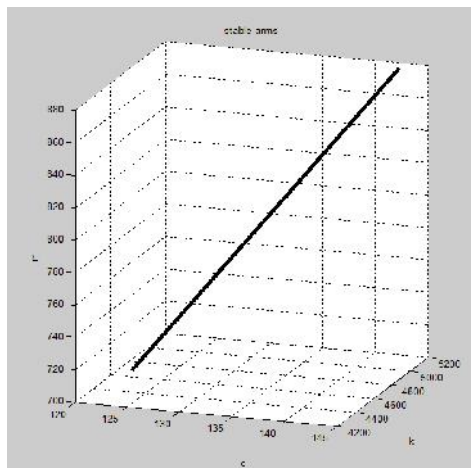
نکته‌ای که باید به آن توجه کرد این است که ذخایر نقد واقعی سرانه نباید با حجم پول در جامعه اشتباه شود، چون با افزایش حجم پول به تنهایی، طبیعتاً نرخ تورم نیز افزایش می‌یابد. افزایش متناسب تورم و حجم پول موجب ثبات نسبی ذخایر نقد واقعی سرانه می‌گردد. به عبارت دیگر افراد در حالت بهینه باید آنقدر پول آزاد از تورم داشته باشند که دیگر مقدار اضافی از پول برای آنها مطلوبیت اضافی به همراه نداشته باشد. در چنین شرایطی مردم از افزایش پس‌انداز پولی دوری می‌جویند، چراکه داشتن پول برای آنان مطلوب نیست. به عبارت دیگر پول مطلوبیت نقدینه خود را از دست می‌دهد و تنها به وسیله‌ای برای سنجش و قیاس ارزش کالاها تبدیل می‌شود. در این شرایط است که بیشترین رفاه برای جامعه به بار خواهد آمد. این موضوع از داده مربوط به مقدار تابع رفاه در این حالت قابل مشاهده است.

راه رسیدن به چنین نقطه بهینه‌ای قرار گرفتن روی بازوی پایدار مدل می‌باشد. پس از عملیات خطی کردن و به دست آوردن ماتریس ضرایب، نرم‌افزار این بردار پایدار برای رسیدن به وضعیت پایا را در اختیار ما قرار می‌دهد. این بازو در قیاس با سایر بازوهای مدل در شکل‌های (۱) و (۲) به نمایش درآمده است.

شکل ۱: بازوهای مدل متناسب با  $\mu=0/001$



مأخذ: یافته‌های پژوهش‌گر

شکل ۲: بازوی پایدار مدل متناسب با  $\mu = -0.01$ 

مأخذ: یافته‌های پژوهش‌گر

همانطور که از شکل (۲) برمی‌آید، مقادیر  $c$  و  $k$  در راستای بازوی پایدار افزایش می‌یابند تا آنجایی که به مقدار بهینه رسیده و در این مقدار چنانچه شوکی به سیستم وارد نشود، باقی می‌ماند. برای اینکه اقتصاد ایران در راستای بازوی پایدار قرار گیرد، باید با  $k_0$  موجود، مقدار ذخایر نقد واقعی سرانه به  $85/48$  و مقدار مصرف سرانه به  $53/5817$  افزایش یابد. به منظور افزایش ذخایر نقد واقعی باید سطح قیمت‌ها کاهش یابد، چون تورم برابر است با نرخ رشد پول منهای نرخ رشد جمعیت، به منظور کاهش سطح قیمت‌ها باید یا نرخ رشد پول کم شود، و یا نرخ رشد جمعیت افزایش یابد. بنابراین افزایش نرخ ذخیره قانونی، کاهش نرخ رشد پایه پولی و افزایش جمعیت راه رسیدن مانده ذخایر نقد واقعی سرانه به بازوی پایدار مدل است. از سوی دیگر مصرف سرانه نیز باید افزایش یابد. از آنجا که مدل سیدراسکی یک مدل نئوکلاسیکی است و بنابر نظریه عرضه تقاضای خود را ایجاد می‌کند، به منظور افزایش مصرف سرانه می‌بایست بهره‌وری تولید افزایش یابد.

##### ۵- نتیجه‌گیری

مدل سیدراسکی از آنجا که پول را وارد تابع مطلوبیت کرده، یک مدل با گستره توصیفی وسیع بوده و کاربردهای فراوانی دارد. استفاده گسترده از این مدل در حوزه رشد و پول تأیید کننده این مطلب است. در پژوهش حاضر، با ورود نرخ ذخیره قانونی به مدل که نشان‌گر حضور بانک‌های تجاری با نقش خلق کننده پول می‌باشد، مدل سیدراسکی توسعه پیدا کرده است.

نتایج حاصل از انجام پژوهش حاکی از آن است که نرخ تورمی که می‌تواند بیشترین رفاه اجتماعی را برای اقتصاد ایران به همراه داشته باشد، نرخ ۰/۰۱۹۶- است. این نرخ که بیان‌گر بیشترین میزان تابع رفاه است، قاعده بهینگی فریدمن را تأمین می‌نماید. در این شرایط موجودی سرمایه سرانه ۵۱۴۱/۳ میلیون ریال و میزان مصرف سرانه ۱۴۲/۷۵۵۹ میلیون ریال خواهد بود. همچنین میزان ذخایر نقد واقعی برابر ۸۷۹/۴۸ میلیون ریال می‌باشد. در این حالت نسبت به حالات دیگر اگرچه میزان موجودی سرمایه سرانه و مصرف سرانه تفاوتی ندارد، اما ذخایر نقد واقعی بسیار بیشتر است که همین امر موجب افزایش در مقدار تابع رفاه اجتماعی می‌گردد. دست‌یابی به این حالت نیازمند کاهش مداوم در سطح ذخایر اسمی پول است تا به این وسیله تورم کاهش یافته، تا جایی که منفی شود. از آن پس به واسطه افزایش ذخایر نقد واقعی در دست افراد، تابع رفاه اجتماعی مقادیر بیشتری به خود خواهد گرفت. به این منظور می‌بایست، نرخ ذخیره قانونی افزایش، یعنی قدرت بانک‌های تجاری در خلق پول کاهش، نرخ انتشار پول توسط بانک مرکزی کاهش و نرخ رشد جمعیت افزایش یابد.

به جز حالت پیش‌گفته، در شرایط واقعی‌تر که اقتصاد با تورم و نرخ انتشار پول مثبت مواجه است، با توجه به نتایج به‌دست آمده از پژوهش می‌توان بیان داشت که از آنجا که طبق مدل سیدراسکی تورم ناشی از افزایش حجم پول در جامعه و یا کاهش نرخ رشد جمعیت است، با افزایش رشد جمعیت و همچنین کاهش نرخ رشد انتشار پول، چه از طریق بانک مرکزی و چه از طریق خلق پول بانک‌های تجاری، می‌توان به نرخ تورم کم‌تری دست یافت. در مورد رشد جمعیت اگرچه نتایج تئوریک به دست آمده می‌تواند از نظر بسیاری از صاحب‌نظران نتیجه‌ای مخدوش به حساب آید، می‌بایست توجه داشت که فرض اول راجع به جمعیت، یکسان بودن تمامی خانوارها و نرمالیزه کردن خانوارها به یک، یک فرض غیرواقعی است. اما همانطور که واقعیت تا حدودی از این فرض فاصله می‌گیرد، نتیجه نیز به همان نسبت از واقعیت فاصله خواهد گرفت. اما این به معنی بی‌اثر بودن مطلق رشد جمعیت بر کاهش تورم نیست. در مورد دوم، یافته‌های پژوهش حاکی از آن است که در حالتی که اقتصاد با تورم و نرخ انتشار پول مثبت همراه است، نزدیک به ۸۰ درصد افزایش در حجم پول ناشی از حضور بانک‌های تجاری است. به عبارت دیگر می‌توان نرخ ذخیره پولی را به نوعی ضریب فزاینده نرخ انتشار پول توسط بانک مرکزی دانست. به گونه‌ای که هر واحد پول منتشر شده توسط بانک مرکزی به واسطه سیستم اعتباری حاکم بر نظام بانکی چندین برابر می‌شود. بنابراین با محدود کردن توانایی قدرت خلق پول این بانک‌ها می‌توان ثمرات آن را مستقیماً در نرخ تورم اقتصاد مشاهده نمود.

## فهرست منابع:

- امینی، علیرضا و حاجی محمد نشاط. (۱۳۸۴). برآورد سری زمانی موجودی سرمایه در اقتصاد ایران طی دوره ۸۱-۱۳۳۸، مجله برنامه و بودجه، ۹۰: ۸۶-۵۳.
- بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران، بانک اطلاعات سری‌های زمانی.
- بخشی دستچردی، رسول و رحیم دلالی اصفهانی. (۱۳۹۰). آسیب‌شناسی نظریه بهره و نظام بانکداری متعارف، یزد: انتشارات دانشگاه یزد، چاپ اول.
- توکلیان، حسین. (۱۳۹۱). بررسی منحنی فیلیپس کینزی جدید در قالب یک مدل تعادل عمومی پویای تصادفی برای ایران، مجله تحقیقات اقتصادی، ۳: ۲۲-۱.
- جعفری صمیمی، احمد و وحید تقی نژاد عمران. (۱۳۸۳). رابطه بین تورم و رفاه: مطالعه‌ای تجربی در اقتصاد ایران، پژوهش‌های اقتصادی، ۱۴: ۸۸-۵۹.
- جعفری صمیمی، احمد و وحید تقی نژاد عمران. (۱۳۸۳). هزینه رفاهی تورم: بسط الگوی لوکاس و ارائه دیدگاه جدید، تحقیقات اقتصادی، ۶۴: ۷۲-۵۵.
- حاجی خدازاده، حسین. (۱۳۹۱). تحلیل منابع رشد اقتصاد ایران با استفاده از کالیبراسیون الگوی رشد بهینه اوزاوا-لوکاس، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه یزد، دانشکده اقتصاد و مدیریت.
- زائری، محمد و کامران ندری. (۱۳۹۲). محاسبه هزینه رفاهی تورم در ایران، راهبرد اقتصادی در ایران، ۴: ۷۰-۳۹.
- مرکز آمار ایران.

Begg, D.K.H. (1980). Rational Expectations and Non-Neutrality of Systematic Monetary Policy, *Review of Economic Studies*, 47(2): 293-303.

Correia, I. & P. Teles. (1996). Is the Friedman Rule Optimal When Money is an Intermediate Good, *Journal of Monetary Economics*, 38(2): 223-244.

De Alencar, L.S. & M.I. Nakane. (2003). Real Balances in the Utility Function: Evidence for Brazil, Working Paper Series of Banco Control of Publications, 68: 1-29.

Den Hann, W.J. (1990). The Optimal Inflation Path in a Sidrauski-Type Model with Uncertainty, *Journal of Monetary Economics*, 25: 389-409.

Dittmar, R.D. & W.T. Gavin. (2005). Inflation-Targeting, Price-path Targeting and Indeterminacy, *Economics Letters*, 88: 336-342.

Echavaria, P.R. (2005). Disinflation Costs under Inflation Targeting in a Small Economy, Master Thesis in Banco de la Republica, Colombia.

- Friedman, M. (1969). *The Optimum Quantity of Money and Other Essays*, Chicago Press, Aldine.
- Groth, C. (2011). *Lecture Notes in Macroeconomics Mimeo*, are Available at: [http://www.econ.ku.dk/okocg/vm-general/chapters\\_vm.htm](http://www.econ.ku.dk/okocg/vm-general/chapters_vm.htm).
- Heer, B. (2003). Non Super Neutrality of Money in the Sidrauski Model with Heterogenous Agents, *Economics Bulletin*, 5: 1-6.
- Hitoshi, F. et al. (2008). Optimal Inflation for Japan's Economy, *Journal of the Japanese and International Economics*, 22: 439-475.
- Lioui, A. & P. Porcet. (2008). Monetary Non-Neutrality in the Sidrauski Model under Uncertainty, *Economics Letters*, 100: 22-26.
- Mansoorian, A. & L. Michelis. (2006). The Transition to a New Inflation Rate in Models with Habit Formation, *Economics Letters*, 91: 56-60.
- McCallum, B. & M. Goodfriend. (1987). Demand for Money: Theoretical Studies, in the *New Palgrave, a Dictionary of Economic*, ed. By John Eatwell, Murray Milgate and Peter Newman, London, Macmillan, New York, Stockton Press: 775-781.
- Ramsey, F.P. (1928). The Mathematical Theory of Saving, *Economics Journal*, 28(152): 543-559.
- Reis, R. (2007). The Analytics of Monetary Non-Neutrality in the Sidrauski Model, *Economics Letters*, 94: 129-135.
- Romer, D. (2006). *Advanced Macroeconomic*; 3ed Edition, McGraw-Hill.
- Shone, R. (2004). *Economic Dynamics, Phase Diagrams and Their Economic Application*; Second Edition, Cambridge University Press.
- Sidrauski, M. (1967). Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy, *The American Economic Review*, 57 (2): 534-544.
- Wang, P. & C.K. Yip. (1992). Alternative Approach to Money and Growth, *Journal of Money, Credit and Banking*, 24(4): 553-562.



